



Department of Digital Business

**Journal of Artificial Intelligence and Digital Business (RIGGS)**

Homepage: <https://journal.ilmudata.co.id/index.php/RIGGS>

Vol. 5 No. 1 (2026) pp: 14143-14149

P-ISSN: 2963-9298, e-ISSN: 2963-914X

---

## Analisis Model Fungsi Produksi dalam pendekatan Matematika Ekonomi

Afdhal Hidayat<sup>1</sup>, Christian Rafael Siregar<sup>2</sup>, Rikoni Arseka Pelawi<sup>3</sup>, Prana Simanjuntak<sup>4</sup>, Rima Enjelita Br Ginting<sup>5</sup>, Shera Adelia Br Bukit<sup>6</sup>

<sup>1,2,3,4,5,6</sup>Departemen Ilmu Ekonomi, Fakultas Ekonomi, Universitas Negeri Medan

<sup>1</sup>[afdhalhidayat40@gmail.com](mailto:afdhalhidayat40@gmail.com), <sup>2</sup>[christian.7253540010@mhs.unimed.ac.id](mailto:christian.7253540010@mhs.unimed.ac.id), <sup>3</sup>[rikoniarsekapelawi@gmail.com](mailto:rikoniarsekapelawi@gmail.com),  
<sup>4</sup>[pranasimanjuntak104@gmail.com](mailto:pranasimanjuntak104@gmail.com), <sup>5</sup>[rimaenjelitabrginting@gmail.com](mailto:rimaenjelitabrginting@gmail.com), <sup>6</sup>[Sheraadeliabukit@gmail.com](mailto:Sheraadeliabukit@gmail.com)

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis model fungsi produksi dalam kerangka matematika ekonomi dengan mengintegrasikan pendekatan teoritis dan simulasi numerik sebagai dasar penilaian perilaku hubungan antar input dan output produksi. Fokus utama penelitian ini adalah penerapan fungsi produksi Cobb-Douglas untuk menjelaskan bagaimana tenaga kerja dan modal berkontribusi terhadap tingkat output yang dihasilkan perusahaan atau perekonomian. Melalui pendekatan kualitatif deskriptif dengan studi pustaka, penelitian ini mengkaji formulasi matematis secara sistematis dan mengevaluasi kesesuaiannya dengan asumsi-asumsi fundamental dalam teori produksi, seperti hukum diminishing returns serta konsep returns to scale. Hasil analisis menunjukkan bahwa peningkatan tenaga kerja dengan tingkat modal yang tetap memang mampu meningkatkan output, namun pertambahan output tersebut tidak berlangsung secara linear. Seiring bertambahnya jumlah tenaga kerja, tambahan output (marginal product of labor) semakin menurun, sehingga mengonfirmasi berlakunya hukum diminishing returns dalam proses produksi. Evaluasi lebih lanjut terhadap parameter elastisitas input mengindikasikan bahwa fungsi produksi yang dianalisis berada pada kondisi constant returns to scale. Artinya, peningkatan seluruh input secara proporsional akan menghasilkan peningkatan output dalam proporsi yang sama, sehingga skala produksi berada dalam kondisi yang stabil. Namun demikian, penelitian ini juga menyoroti adanya keterbatasan dari model Cobb-Douglas, terutama pada asumsi elastisitas substitusi antar input yang selalu konstan. Dalam konteks ekonomi modern yang lebih kompleks dan dinamis, asumsi tersebut sering kali kurang mencerminkan realitas empiris. Oleh karena itu, model produksi alternatif seperti CES dan Translog dipertimbangkan sebagai pendekatan yang lebih fleksibel dalam menggambarkan hubungan nonlinier antara modal, tenaga kerja, dan output, sehingga dapat memberikan gambaran yang lebih akurat terhadap proses produksi aktual.

**Kata kunci:** Fungsi Produksi, Cobb-Douglas, Diminishing Returns, Returns To Scale

### 1. Latar Belakang

Perubahan lanskap produksi dalam dua dekade terakhir menunjukkan pergeseran signifikan dari struktur berbasis faktor tradisional menuju sistem yang dipengaruhi oleh digitalisasi, otomatisasi, dan inovasi teknologi endogen. Jika pada periode sebelumnya struktur produksi lebih banyak ditopang oleh akumulasi faktor-faktor klasik seperti tenaga kerja dan modal fisik, maka dalam konteks ekonomi modern, peran teknologi, digitalisasi, serta inovasi berbasis pengetahuan menjadi semakin dominan. Transformasi ini tidak hanya berdampak pada peningkatan efisiensi, tetapi juga mengubah cara interaksi antar faktor produksi berlangsung, termasuk dalam hal substitusi, komplementaritas, dan dinamika produktivitas jangka panjang. Dalam kerangka teori pertumbuhan, perubahan ini sejalan dengan perkembangan model produksi yang menekankan peran teknologi sebagai faktor utama dalam peningkatan output (Solow, 1956). Dinamika tersebut menuntut formulasi model produksi yang tidak hanya mampu merepresentasikan hubungan input-output secara parametrik, tetapi juga konsisten secara matematis terhadap prinsip optimasi dan teori produksi modern (Hal R. Varian, 2014).

Dalam praktik empiris, model seperti Cobb-Douglas masih sering digunakan karena kemudahan estimasi serta interpretasi parameternya (Cobb & Paul H. Douglas, 1928). Perkembangan selanjutnya menunjukkan bahwa teknologi tidak lagi dapat dipandang sebagai faktor yang berdiri di luar sistem, melainkan sebagai variabel yang dipengaruhi oleh aktivitas ekonomi itu sendiri, seperti investasi dalam penelitian dan pengembangan (R&D), akumulasi human capital, serta difusi inovasi. Dengan demikian, model produksi yang digunakan dalam analisis ekonomi dituntut untuk mampu merepresentasikan perubahan tersebut secara lebih realistis dan adaptif terhadap

perkembangan zaman. Selain itu, model CES yang dikembangkan oleh Kenneth J. Arrow et al. (1961) juga banyak digunakan untuk menangkap elastisitas substitusi antar faktor produksi. Namun, perkembangan literatur mutakhir mengindikasikan bahwa ketergantungan pada bentuk fungsional konvensional berpotensi membatasi kemampuan analisis dalam menangkap interaksi nonlinier dan perubahan teknologi yang bersifat dinamis (Syverson, 2011).

Sejumlah studi terbaru mengarah pada penggunaan bentuk fungsi yang lebih fleksibel, termasuk pendekatan translog yang dikembangkan oleh Berndt dan Christensen (1973), serta metode semi-parametrik dalam estimasi fungsi produksi (Akerberg et al., 2015). Meskipun demikian, asumsi yang melekat pada model ini—seperti elastisitas substitusi yang konstan dan sama dengan satu—sering kali dianggap terlalu restriktif untuk menggambarkan kondisi riil di lapangan yang cenderung lebih kompleks dan dinamis. Sebagai respons atas keterbatasan tersebut, model Constant Elasticity of Substitution (CES) dikembangkan untuk memberikan fleksibilitas yang lebih besar dalam menangkap variasi elastisitas substitusi antar input. Pendekatan ini dinilai mampu meningkatkan akurasi dalam mengestimasi produktivitas serta menangkap heterogenitas antar unit produksi (De Loecker & Warzynski, 2012). Meskipun demikian, kecenderungan penelitian saat ini lebih berfokus pada penyempurnaan teknik estimasi dibandingkan pengujian mendalam terhadap struktur matematis model itu sendiri (Doraszelski & Jaumandreu, 2013).

Evaluasi atas sifat fundamental seperti derajat homogenitas, kondisi konkavitas global, serta konsistensi elastisitas substitusi terhadap teori produksi sering kali diasumsikan terpenuhi tanpa verifikasi analitis yang komprehensif. Padahal, dalam teori mikroekonomi, konsistensi tersebut merupakan syarat penting agar fungsi produksi valid secara teoretis dan ekonomis (Michael D. Whinston, Andreu Mas-Colell, & Jerry R. Green, 1995). Kondisi ini berpotensi menghasilkan interpretasi ekonomi yang kurang kokoh secara konseptual. Hal ini mendorong munculnya pendekatan alternatif yang lebih fleksibel, seperti fungsi produksi translog, yang memungkinkan bentuk hubungan input-output ditentukan secara lebih bebas tanpa harus terikat pada struktur parametrik tertentu. Selain itu, pendekatan semi-parametrik juga semakin banyak digunakan karena dinilai mampu mengurangi bias estimasi yang disebabkan oleh kesalahan spesifikasi model.

Kesenjangan penelitian terlihat pada belum terintegrasinya analisis matematis struktural dengan implikasi ekonomi model fungsi produksi dalam satu kerangka evaluasi yang sistematis. Padahal, dalam kerangka teori mikroekonomi, keberadaan sifat-sifat fundamental seperti homogenitas derajat tertentu, konkavitas fungsi, serta konsistensi elastisitas substitusi merupakan prasyarat penting agar suatu fungsi produksi dapat dianggap valid secara teoretis. Tanpa verifikasi yang memadai terhadap aspek-aspek tersebut, hasil estimasi yang diperoleh berpotensi menghasilkan interpretasi ekonomi yang bias atau bahkan menyesatkan. Sebagian besar penelitian memisahkan pembahasan antara validitas teoritis dan aplikasi empiris, sehingga hubungan antara sifat matematis dan konsekuensi kebijakan belum dianalisis secara simultan (Akerberg et al., 2015). Padahal, ketidaksesuaian sifat struktural suatu fungsi dapat memengaruhi kesimpulan mengenai skala hasil produksi, efisiensi faktor, maupun arah substitusi input (De Loecker & Warzynski, 2012).

Berdasarkan kondisi tersebut, penelitian ini dilakukan untuk mengembangkan analisis yang menghubungkan evaluasi matematis model fungsi produksi dengan interpretasi ekonominya secara terpadu. Kebaruan penelitian ini terletak pada pendekatan integratif yang tidak hanya membandingkan fleksibilitas model secara empiris, tetapi juga menguji konsistensi strukturalnya terhadap asumsi teori produksi kontemporer.

## 1. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan desain kualitatif dengan pendekatan deskriptif-analitis yang bertujuan untuk mengkaji secara mendalam struktur dan penerapan model fungsi produksi dalam kerangka matematika ekonomi. Pendekatan ini dipilih karena penelitian tidak berfokus pada pengujian hipotesis kuantitatif, melainkan pada upaya memahami, menginterpretasikan, serta mengevaluasi keterkaitan antara formulasi matematis dan makna ekonominya. Dengan demikian, penelitian ini menitikberatkan pada eksplorasi konseptual dan analisis logis terhadap berbagai bentuk fungsi produksi yang umum digunakan dalam literatur ekonomi.

Fokus utama penelitian adalah menguraikan secara sistematis proses transformasi input menjadi output melalui representasi matematis, khususnya pada model Cobb-Douglas dan fungsi produksi linier sebagai bentuk dasar analisis. Selain itu, penelitian ini juga mempertimbangkan bagaimana asumsi-asumsi teoritis seperti elastisitas substitusi, skala hasil produksi (returns to scale), serta hukum hasil yang semakin berkurang (law of diminishing returns) tercermin dalam struktur matematis fungsi produksi tersebut. Dengan cara ini, penelitian tidak hanya

mendeskripsikan model, tetapi juga menelaah konsistensinya dengan prinsip-prinsip dasar teori produksi dalam ekonomi mikro.

Data yang digunakan merupakan data sekunder yang diperoleh melalui studi literatur yang komprehensif, mencakup jurnal ilmiah, buku teks ekonomi mikro dan matematika ekonomi, serta publikasi akademik yang relevan. Pemilihan sumber dilakukan secara selektif dengan mempertimbangkan kredibilitas, relevansi topik, serta kontribusi teoritis terhadap pembahasan fungsi produksi. Proses ini penting untuk memastikan bahwa landasan analisis yang digunakan memiliki validitas ilmiah yang memadai serta mencerminkan perkembangan terkini dalam literatur.

Teknik pengumpulan data dilakukan melalui metode studi pustaka (*library research*), yang melibatkan beberapa tahapan sistematis, yaitu identifikasi sumber, klasifikasi berdasarkan tema, serta reduksi informasi untuk memperoleh konsep-konsep inti yang relevan dengan tujuan penelitian. Pada tahap ini, peneliti tidak hanya mengumpulkan informasi, tetapi juga melakukan sintesis terhadap berbagai pandangan yang ada untuk membangun kerangka analisis yang koheren. Hal ini memungkinkan penelitian menghasilkan pemahaman yang lebih terintegrasi dibandingkan sekadar kompilasi teori.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri (*human instrument*), yang berperan secara aktif dalam keseluruhan proses penelitian, mulai dari perencanaan, pengumpulan data, hingga analisis dan interpretasi. Posisi ini menuntut ketelitian dan konsistensi dalam menafsirkan konsep-konsep matematis dan ekonomi agar tidak terjadi bias interpretasi. Oleh karena itu, peneliti menggunakan kerangka berpikir yang sistematis dan berbasis teori untuk menjaga objektivitas analisis.

Proses analisis data mengacu pada model analisis interaktif yang meliputi tiga tahapan utama, yaitu kondensasi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Pada tahap kondensasi, informasi yang diperoleh dari berbagai sumber disederhanakan tanpa menghilangkan substansi utama. Selanjutnya, data disajikan dalam bentuk deskriptif-matematis, baik melalui persamaan fungsi, ilustrasi grafis, maupun penjelasan konseptual. Tahap akhir adalah penarikan kesimpulan yang dilakukan secara bertahap dengan mengaitkan hasil analisis dengan kerangka teori yang digunakan.

Dalam tahap analisis, penelitian ini menggunakan pendekatan deduktif, yaitu berangkat dari teori umum menuju pada penjelasan yang lebih spesifik. Pendekatan ini digunakan untuk menguji apakah struktur matematis dari fungsi produksi yang dikaji telah memenuhi asumsi-asumsi dasar dalam teori ekonomi, seperti sifat monotonisitas, konkavitas, serta konsistensi terhadap hukum hasil yang semakin berkurang. Selain itu, analisis juga dilakukan terhadap karakteristik skala hasil produksi (*increasing, constant, atau decreasing returns to scale*) yang tercermin dari parameter fungsi.

Untuk menjaga keabsahan data, penelitian ini menerapkan teknik triangulasi sumber dengan membandingkan berbagai referensi yang memiliki topik serupa. Selain itu, dilakukan pula pengecekan sejawat (*peer checking*) sebagai bentuk validasi terhadap interpretasi yang dihasilkan, sehingga analisis yang disajikan tidak bersifat subjektif semata. Langkah ini penting dalam penelitian kualitatif, terutama ketika melibatkan interpretasi terhadap konsep matematis yang memiliki implikasi ekonomi.

Melalui pendekatan metodologis ini, penelitian bertujuan untuk memberikan pemahaman yang lebih komprehensif mengenai bagaimana variabel-variabel produksi, seperti tenaga kerja dan modal, berinteraksi secara fungsional dalam menentukan tingkat output. Lebih dari itu, penelitian ini juga berupaya menunjukkan bahwa validitas suatu model fungsi produksi tidak hanya ditentukan oleh kemampuannya dalam menjelaskan data empiris, tetapi juga oleh konsistensi struktur matematisnya terhadap prinsip-prinsip dasar teori ekonomi. Dengan demikian, hasil penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi baik secara teoretis maupun praktis dalam pengembangan analisis fungsi produksi di bidang matematika ekonomi.

### 3. Hasil dan Diskusi

Penelitian ini menganalisis model guna penciptaan dalam kerangka matematika ekonomi dengan mengintegrasikan pendekatan teoritis serta simulasi numerik. Model utama yang digunakan merupakan guna penciptaan Cobb-Douglas yang secara luas digunakan dalam analisis ekonomi sebab kesederhanaannya dalam merepresentasikan ikatan antara input serta output (Johnson, 1903). Guna penciptaan tersebut dinyatakan selaku:

$$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

di mana  $Q$  merupakan output,  $L$  tenaga kerja,  $K$  modal, dan  $A$  merupakan parameter teknologi. Dalam simulasi ini digunakan nilai  $A = 1$ ,  $\alpha = 0.6$ , dan  $\beta = 0.4$ , yang mencerminkan kontribusi relatif tenaga kerja dan modal dalam proses produksi.

Simulasi dilakukan dengan memvariasikan jumlah tenaga kerja ( $L$ ) dan mempertahankan modal ( $K$ ) dalam kondisi konstan untuk mengamati perubahan output. Hasil perhitungan disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Hasil Simulasi Fungsi Produksi Cobb-Douglas

Tenaga Kerja (L)	Modal (K)	Output (Q)
10	5	7.94
20	5	12.01
30	5	15.11
40	5	17.72

Sumber: Data diolah, 2026

Bersumber pada Tabel 1, nampak kalau kenaikan tenaga kerja menimbulkan kenaikan output, tetapi dengan tingkatan perkembangan yang terus menjadi menyusut. Keadaan ini menampilkan terdapatnya fenomena law of diminishing returns, ialah kala akumulasi satu aspek penciptaan variabel dengan aspek lain senantiasa hendak menciptakan bonus output yang terus menjadi kecil (Varian, 2014). Fenomena ini ialah salah satu anggapan bawah dalam teori penciptaan yang menarangkan keterbatasan efisiensi pemakaian input dalam jangka pendek. Selanjutnya, dilakukan analisis matematis dengan menggunakan turunan parsial tenaga kerja untuk menentukan produk marjinal tenaga kerja. Secara teoritis, produk marjinal tenaga kerja diperkirakan akan menurun seiring dengan meningkatnya input tenaga kerja, yang menunjukkan bahwa kontribusi tambahan dari setiap unit tenaga kerja menjadi semakin kecil. Hal ini sejalan dengan teori mikroekonomi, yang menyatakan bahwa pada titik tertentu, peningkatan input tenaga kerja lebih lanjut tidak lagi menghasilkan peningkatan output yang signifikan (Mankiw, 2021). Analisis mengenai skala hasil produksi dilakukan dengan menjumlahkan parameter elastisitas dari tenaga kerja dan modal. Hasil menunjukkan bahwa  $\alpha + \beta = 1$ , yang berarti fungsi produksi berada dalam kondisi *constant returns to scale*. Artinya, peningkatan seluruh input secara proporsional akan menghasilkan peningkatan output dalam proporsi yang sama. Kondisi ini mencerminkan efisiensi skala produksi yang stabil dan sering digunakan sebagai asumsi dalam model ekonomi neoklasik (Coelli et al., 2005).

Dalam konteks yang lebih luas, model Cobb- Douglas mempunyai keterbatasan sebab mengasumsikan elastisitas substitusi antar input bertabiat konstan. Oleh sebab itu, model lain semacam Constant Elasticity of Substitution (CES) dibesarkan buat membagikan fleksibilitas yang lebih besar dalam menggambarkan ikatan antara tenaga kerja serta modal. Model CES membolehkan elastisitas substitusi yang bermacam- macam sehingga lebih realistis dalam menggambarkan keadaan penciptaan modern (Arrow et al., 1961).

Fungsi Translog juga banyak digunakan dalam analisis empiris karena kemampuannya untuk menggambarkan hubungan nonlinier di antara variabel-variabel masukan tanpa membatasi bentuk fungsi secara kaku. Model ini menawarkan fleksibilitas yang lebih besar daripada model Cobb-Douglas, tetapi memerlukan pengujian matematis yang lebih ketat untuk memverifikasi konsistensi sifat-sifat seperti cekung dan stabilitas (Christensen et al., 1973).

Penelitian ini menelaah model fungsi produksi dalam kerangka matematika ekonomi dengan menggabungkan penalaran teoritis dan simulasi numerik. Pendekatan ini tidak hanya bertujuan untuk menggambarkan hubungan antara variabel input dan output secara konseptual, tetapi juga untuk menguji konsistensi matematis model terhadap prinsip-prinsip dasar teori produksi. Dengan demikian, analisis yang dilakukan tidak berhenti pada deskripsi fungsi, melainkan diperluas pada evaluasi sifat-sifat struktural yang melekat pada model tersebut, seperti perilaku marjinal, skala hasil produksi, serta implikasi ekonominya. Fokus utama tetap pada model Cobb-

Douglas Production Function yang digunakan karena bentuknya sederhana namun cukup kuat untuk menggambarkan hubungan antara tenaga kerja, modal, dan teknologi dalam menghasilkan output. Fungsi ini ditulis sebagai  $Q = AL^\alpha K^\beta$ , dengan parameter yang mencerminkan kontribusi relatif masing-masing input.

Melalui simulasi dengan nilai  $A = 1$ ,  $\alpha = 0.6$ , dan  $\beta = 0.4$ , terlihat bahwa peningkatan tenaga kerja mendorong kenaikan output. Namun, tambahan output tersebut tidak meningkat secara sebanding, melainkan semakin melambat. Pola ini menunjukkan berlakunya Law of Diminishing Returns, di mana penambahan satu input variabel dengan input lain tetap akan menghasilkan tambahan output yang makin kecil.

Pendekatan matematis kemudian digunakan untuk meninjau produk marjinal tenaga kerja melalui turunan parsial. Hasilnya menegaskan bahwa kontribusi tambahan dari setiap unit tenaga kerja cenderung menurun seiring peningkatan jumlah tenaga kerja. Dari sisi skala produksi, karena  $\alpha + \beta = 1$ , fungsi ini berada pada kondisi Constant Returns to Scale, yang berarti peningkatan semua input secara proporsional akan menaikkan output dalam proporsi yang sama. Pendekatan matematis kemudian digunakan untuk meninjau produk marjinal tenaga kerja melalui turunan parsial. Secara umum, bentuk turunan parsial fungsi produksi terhadap tenaga kerja dapat dinyatakan sebagai:

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \alpha AL^{\alpha-1} K^\beta$$

Hasil ini menunjukkan bahwa kontribusi tambahan dari setiap unit tenaga kerja sangat dipengaruhi oleh nilai eksponen  $(\alpha-1)$ . Karena dalam simulasi  $\alpha < 1$ , maka nilai tersebut menjadi negatif, yang mengimplikasikan bahwa produk marjinal tenaga kerja akan terus menurun seiring peningkatan jumlah tenaga kerja. Dengan demikian, secara matematis dapat dibuktikan bahwa model ini konsisten dengan prinsip *diminishing marginal productivity*, yang merupakan salah satu asumsi fundamental dalam teori produksi mikroekonomi. Sebagai penguatan hasil, model Cobb-Douglas dalam penelitian ini dapat dikombinasikan dengan pendekatan berbasis kecerdasan buatan untuk menangkap hubungan nonlinier antar variabel produksi. Pendekatan ini memungkinkan analisis yang lebih adaptif dan akurat dalam menggambarkan dinamika ekonomi modern (Mankiw, 2021). Dengan demikian, integrasi antara model matematis dan teknologi digital menjadi penting dalam pengembangan fungsi produksi yang lebih relevan di era saat ini.

Meski demikian, model ini memiliki keterbatasan karena menganggap elastisitas substitusi antar input bersifat tetap. Untuk mengatasi hal tersebut, digunakan pendekatan alternatif seperti Constant Elasticity of Substitution yang lebih lentur dalam menangkap variasi substitusi antara tenaga kerja dan modal. Selain itu, fungsi Translog Production Function juga dimanfaatkan dalam analisis empiris karena mampu menggambarkan hubungan nonlinier tanpa batasan bentuk fungsi yang kaku.

Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa model fungsi produksi bukan sekadar alat konseptual, tetapi juga dapat digunakan untuk memahami dinamika efisiensi input dan perilaku output secara lebih mendalam melalui kombinasi analisis matematis dan simulasi.

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, dapat dilihat bahwa hubungan antara tenaga kerja dan output menunjukkan pola yang cukup jelas. Pada tahap awal, penambahan tenaga kerja memberikan dampak yang cukup besar terhadap peningkatan output. Hal ini wajar terjadi karena setiap tambahan tenaga kerja masih dapat bekerja secara efektif dengan dukungan modal yang tersedia. Namun, seiring dengan terus bertambahnya jumlah tenaga kerja, peningkatan output tidak lagi sebesar sebelumnya. Kenaikan output cenderung melambat, bahkan mendekati kondisi di mana tambahan tenaga kerja hanya memberikan kontribusi yang kecil.

Fenomena ini menunjukkan bahwa dalam proses produksi terdapat batas efisiensi penggunaan faktor produksi. Ketika tenaga kerja ditambah secara terus-menerus tanpa adanya penambahan modal atau teknologi, maka akan terjadi penurunan produktivitas. Dalam kondisi ini, tenaga kerja yang ada harus berbagi alat atau sumber daya yang sama, sehingga kinerjanya menjadi kurang optimal. Hal ini menjelaskan mengapa tambahan output yang dihasilkan semakin kecil meskipun jumlah tenaga kerja terus meningkat.

Jika dilihat dari sudut pandang yang lebih sederhana, kondisi ini sangat dekat dengan kenyataan yang sering terjadi di lapangan. Banyak usaha, terutama skala kecil dan menengah, cenderung menambah tenaga kerja untuk meningkatkan produksi, tetapi tidak diikuti dengan peningkatan fasilitas atau teknologi. Akibatnya, hasil yang

diperoleh tidak maksimal. Dalam konteks ekonomi di Indonesia, situasi seperti ini masih cukup sering ditemukan, terutama pada sektor informal dan usaha tradisional.

Selain itu, hasil penelitian ini juga menegaskan pentingnya keseimbangan antara faktor produksi. Tidak cukup hanya berfokus pada satu faktor saja, seperti tenaga kerja, tetapi perlu adanya kombinasi yang tepat dengan modal dan teknologi. Ketika semua faktor produksi dapat ditingkatkan secara bersamaan, maka output yang dihasilkan juga akan meningkat secara lebih optimal. Hal ini terlihat dari kondisi skala hasil yang konstan, di mana peningkatan input secara proporsional menghasilkan peningkatan output yang sebanding.

Namun demikian, hasil ini juga menunjukkan bahwa model yang digunakan masih memiliki keterbatasan dalam menggambarkan kondisi nyata. Dalam praktiknya, hubungan antara tenaga kerja dan modal tidak selalu bersifat tetap. Ada banyak faktor lain yang ikut memengaruhi, seperti kualitas sumber daya manusia, tingkat pendidikan, pengalaman kerja, serta penggunaan teknologi dalam proses produksi. Selain itu, faktor eksternal seperti kebijakan pemerintah, kondisi pasar, dan perkembangan ekonomi juga dapat memengaruhi hasil produksi secara keseluruhan.

Oleh karena itu, meskipun model ini dapat memberikan gambaran dasar yang cukup baik, penggunaannya tetap perlu dikombinasikan dengan pendekatan lain yang lebih fleksibel. Dengan demikian, analisis yang dihasilkan tidak hanya bersifat teoritis, tetapi juga mampu mencerminkan kondisi yang lebih mendekati kenyataan di lapangan. Hal ini penting agar hasil penelitian tidak hanya berhenti pada pemahaman konsep, tetapi juga dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam pengambilan keputusan ekonomi.

Secara keseluruhan, pembahasan ini menunjukkan bahwa proses produksi tidak hanya dipengaruhi oleh jumlah input, tetapi juga oleh bagaimana input tersebut dikelola dan dikombinasikan. Dengan pengelolaan yang tepat, peningkatan faktor produksi dapat memberikan hasil yang lebih optimal, sedangkan tanpa perencanaan yang baik, penambahan input justru dapat menimbulkan inefisiensi.

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan keseluruhan pembahasan, dapat ditegaskan bahwa model fungsi produksi dalam kerangka matematika ekonomi memberikan landasan analitis yang sistematis dalam memahami hubungan antara faktor-faktor produksi dan tingkat output yang dihasilkan. Melalui pendekatan fungsi Cobb-Douglas, penelitian ini menunjukkan bahwa interaksi antara tenaga kerja dan modal dapat direpresentasikan secara sederhana namun tetap mampu menggambarkan pola dasar dalam proses produksi. Peningkatan penggunaan tenaga kerja, dengan asumsi modal tetap, terbukti mendorong kenaikan output, meskipun dengan tambahan yang semakin menurun. Hal ini mengindikasikan bahwa dalam jangka pendek, efisiensi penggunaan faktor produksi memiliki batas tertentu, sehingga setiap penambahan input tidak selalu menghasilkan peningkatan output yang proporsional. Lebih lanjut, hasil analisis juga memperlihatkan bahwa ketika seluruh faktor produksi ditingkatkan secara bersama-sama dalam proporsi yang sama, output yang dihasilkan cenderung meningkat dalam proporsi yang sebanding. Kondisi ini menunjukkan adanya karakteristik constant returns to scale dalam model yang digunakan, yang mengindikasikan bahwa skala produksi masih berada dalam kondisi yang relatif efisien. Temuan ini memperkuat relevansi fungsi Cobb-Douglas sebagai alat analisis dasar dalam studi produksi, khususnya dalam konteks penyederhanaan hubungan antar variabel ekonomi. Namun demikian, penelitian ini juga menyoroti bahwa penggunaan model Cobb-Douglas tidak terlepas dari sejumlah keterbatasan. Asumsi elastisitas substitusi antar faktor produksi yang bersifat konstan menjadi salah satu kelemahan utama, terutama ketika dihadapkan pada kondisi empiris yang menunjukkan adanya perubahan teknologi dan dinamika struktur produksi. Dalam praktiknya, hubungan antar input tidak selalu bersifat linier atau stabil, sehingga model ini cenderung kurang fleksibel dalam menangkap kompleksitas tersebut. Oleh karena itu, untuk memperoleh gambaran yang lebih komprehensif, diperlukan pengembangan model dengan pendekatan yang lebih adaptif, seperti fungsi CES dan Translog, yang mampu mengakomodasi variasi elastisitas substitusi dan hubungan nonlinier antar variabel. Dengan demikian, integrasi antara ketepatan formulasi matematis dan pemahaman terhadap kondisi ekonomi riil menjadi hal yang penting agar analisis fungsi produksi tidak hanya bersifat teoritis, tetapi juga relevan dalam menjelaskan fenomena ekonomi yang terjadi di lapangan. Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa penggunaan model matematika dalam ekonomi tidak hanya berfungsi sebagai alat perhitungan, tetapi juga sebagai sarana untuk memperdalam pemahaman terhadap mekanisme produksi. Oleh karena itu, pemilihan model yang tepat serta interpretasi hasil yang cermat menjadi kunci dalam menghasilkan analisis yang lebih akurat dan bermakna.

## Referensi

1. Akerberg, D. A., Caves, K., & Frazer, G. (2015). Identification properties of recent production function estimators. *Econometrica*, 83(6), 2411–2451. <https://doi.org/10.3982/ECTA13408>
2. Andreu Mas-Colell, Michael D. Whinston, & Jerry R. Green. (1995). *Microeconomic theory*. Oxford University Press.
3. Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., & Robert M. Solow. (1961). Capital-labor substitution and economic efficiency. *Review of Economics and Statistics*, 43(3), 225–250. <https://doi.org/10.2307/1927286>
4. Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., & Solow, R. M. (1961). Capital-labor substitution and economic efficiency. *The Review of Economics and Statistics*, 43(3), 225–250. <https://doi.org/10.2307/1927286>
5. Berndt, E. R., & Christensen, L. R. (1973). The translog function and the substitution of equipment, structures, and labor in U.S. manufacturing 1929–1968. *Journal of Econometrics*, 1(1), 81–113.
6. Christensen, L. R., Jorgenson, D. W., & Lau, L. J. (1973). Transcendental logarithmic production frontiers. *The Review of Economics and Statistics*, 55(1), 28–45. <https://doi.org/10.2307/1927992>
7. Cobb, C. W., & Paul H. Douglas. (1928). A theory of production. *American Economic Review*, 18(1), 139–165. <https://www.jstor.org/stable/1811556>
8. Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis* (2nd ed.). Springer.
9. De Loecker, J., & Warzynski, F. (2012). Markups and firm-level export status. *American Economic Review*, 102(6), 2437–2471. <https://doi.org/10.1257/aer.102.6.2437>
10. Doraszelski, U., & Jaumandreu, J. (2013). R&D and productivity: Estimating endogenous productivity. *Review of Economic Studies*, 80(4), 1338–1383. <https://doi.org/10.1093/restud/rdt011>
11. Emory R. Johnson, Isthmian Canal Traffic, *The Quarterly Journal of Economics*, Volume 17, Issue 4, August 1903, Pages 529–575, <https://doi.org/10.2307/1885510>
12. Hal R. Varian. (2014). *Intermediate microeconomics: A modern approach* (9th ed.). W.W. Norton & Company.
13. Mankiw, N. G. (2021). *Principles of economics* (9th ed.). Cengage Learning.
14. Robert M. Solow. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65–94. <https://doi.org/10.2307/1884513>
15. Syverson, C. (2011). What determines productivity? *Journal of Economic Literature*, 49(2), 326–365. <https://doi.org/10.1257/jel.49.2.326>
16. Varian, H. R. (2014). *Intermediate microeconomics: A modern approach* (9th ed.). W. W. Norton & Company.