



Department of Digital Business

Journal of Artificial Intelligence and Digital Business (RIGGS)

Homepage: <https://journal.ilmudata.co.id/index.php/RIGGS>

Vol. 4 No. 4 (2026) pp: 10558-10572

P-ISSN: 2963-9298, e-ISSN: 2963-914X

Aplikasi Teorema Castigliano untuk Analisis Defleksi pada Desain Jembatan Beton Prategang: Pendekatan Metode Energi untuk Evaluasi Kinerja Struktural

Kohar Yudoprasetyo¹, Ifarrel Rachmanda Hariyanto², Moh. Fadhlan Rosyidi³, Patma Al Manwaroh⁴

^{1,2,3}Departemen Teknik Infrastruktur Sipil, Fakultas Vokasi, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

⁴Mahasiswa Departemen Teknik Infrastruktur Sipil, Fakultas Vokasi, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

kohar.yudo@its.ac.id

Abstrak

Jembatan beton prategang merupakan salah satu solusi struktural yang efisien untuk bentang menengah hingga panjang dalam infrastruktur transportasi modern. Analisis defleksi yang akurat menjadi krusial dalam memastikan kinerja struktural dan kenyamanan pengguna jembatan sesuai dengan kriteria batas layan yang ditetapkan dalam standar desain. Penelitian ini mengeksplorasi aplikasi Teorema Castigliano sebagai metode energi untuk menganalisis defleksi pada jembatan beton prategang dengan pendekatan sistematis dan komprehensif. Teorema Castigliano, yang didasarkan pada prinsip energi regangan minimum, menawarkan keunggulan dalam menghitung defleksi struktur statis tak tentu dengan mempertimbangkan berbagai jenis beban dan kondisi batas secara simultan. Melalui studi literatur sistematis terhadap 42 publikasi periode 2019-2024 yang mencakup jurnal teknik sipil terakreditasi, prosiding konferensi internasional, dan standar desain jembatan, penelitian ini menganalisis formulasi matematis Teorema Castigliano dalam konteks struktur beton prategang, membandingkan akurasi metode energi dengan metode konvensional seperti metode kekakuan langsung dan analisis elemen hingga, serta mengidentifikasi parameter kritis yang mempengaruhi perhitungan defleksi termasuk kehilangan prategang, efek rangkai dan susut beton, serta variasi kekakuan penampang. Hasil kajian menunjukkan bahwa Teorema Castigliano mampu memprediksi defleksi jembatan beton prategang dengan tingkat akurasi tinggi (deviasi kurang dari 5% dibandingkan hasil eksperimental) ketika parameter material dan kehilangan prategang dimodelkan secara tepat. Metode ini sangat efektif untuk analisis awal desain dan verifikasi hasil analisis numerik, khususnya untuk geometri jembatan dengan bentang sederhana hingga menerus dua bentang.

Kata kunci: Teorema Castigliano, Metode Energi, Defleksi, Jembatan Beton Prategang, Analisis Struktural, Kinerja Layan

1. Pendahuluan

Jembatan beton prategang telah menjadi pilihan dominan dalam pembangunan infrastruktur transportasi Indonesia selama beberapa dekade terakhir, terutama untuk bentang menengah antara 25 hingga 60 meter. Teknologi prategang memungkinkan pemanfaatan kekuatan beton secara optimal dengan menginduksi tegangan tekan awal yang mengimbangi tegangan tarik akibat beban layan, sehingga menghasilkan struktur yang lebih ramping, efisien, dan ekonomis dibandingkan beton bertulang konvensional (Nawy, 2020). Menurut data Kementerian Pekerjaan Umum dan Perumahan Rakyat (PUPR), lebih dari 3.500 jembatan beton prategang telah dibangun di Indonesia sejak tahun 2010, dengan total panjang mencapai 285 kilometer, menunjukkan peran vital teknologi ini dalam mendukung konektivitas nasional (Kementerian PUPR, 2023).

Dalam desain jembatan beton prategang, analisis defleksi merupakan aspek kritis yang menentukan kinerja struktural dan kenyamanan layan. Defleksi yang berlebihan dapat menyebabkan berbagai permasalahan seperti keretakan dini pada permukaan beton yang mengurangi durabilitas, getaran berlebih yang menurunkan kenyamanan pengguna, kerusakan pada lapisan perkerasan dan utilitas yang terpasang pada jembatan, serta persepsi visual ketidakamanan dari pengguna jembatan (Collins & Mitchell, 2021). Standar Nasional Indonesia (SNI) 1725:2016 tentang Pembebanan untuk Jembatan mensyaratkan bahwa defleksi maksimum jembatan tidak boleh melebihi $L/800$ untuk beban lalu lintas, di mana L adalah panjang bentang, untuk memastikan kinerja layan yang memadai (Badan Standardisasi Nasional, 2016). Kriteria ini lebih ketat dibandingkan standar

Aplikasi Teorema Castigliano untuk Analisis Defleksi pada Desain Jembatan Beton Prategang: Pendekatan Metode Energi untuk Evaluasi Kinerja Struktural

internasional seperti AASHTO LRFD yang umumnya menggunakan batas L/800 hingga L/1000 tergantung pada jenis dan fungsi jembatan (AASHTO, 2020).

Perhitungan defleksi pada jembatan beton prategang lebih kompleks dibandingkan struktur beton bertulang konvensional karena melibatkan berbagai fenomena yang saling berinteraksi. Gaya prategang menginduksi deformasi awal yang harus diperhitungkan dalam analisis defleksi total, kehilangan prategang baik jangka pendek (elastic shortening, friksi, anchorage slip) maupun jangka panjang (rangkai, susut, relaksasi baja) mengubah distribusi tegangan dan defleksi secara bertahap, efek rangkai beton yang menyebabkan peningkatan defleksi seiring waktu di bawah beban tetap, serta variasi kekakuan penampang akibat retak yang terjadi di daerah momen tinggi (Nilson et al., 2022). Kompleksitas ini memerlukan metode analisis yang tidak hanya akurat tetapi juga efisien secara komputasional dan dapat memberikan pemahaman fisik terhadap perilaku struktural.

Dalam praktik rekayasa, analisis defleksi jembatan umumnya dilakukan menggunakan perangkat lunak analisis struktur berbasis metode elemen hingga (finite element method/FEM) seperti SAP2000, MIDAS Civil, atau CSiBridge. Metode elemen hingga menawarkan kemampuan untuk memodelkan geometri kompleks, variasi material, dan kondisi batas yang rumit dengan tingkat akurasi tinggi (Zienkiewicz & Taylor, 2020). Namun, pendekatan numerik ini memiliki keterbatasan dalam memberikan insight fisik terhadap perilaku struktur dan memerlukan keahlian khusus dalam pemodelan dan interpretasi hasil. Selain itu, untuk tahap preliminary design atau verifikasi cepat, engineer seringkali memerlukan metode analitis yang lebih sederhana namun tetap akurat (Bazant & Cedolin, 2021).

Teorema Castigliano, yang dikembangkan oleh insinyur Italia Carlo Alberto Castigliano pada tahun 1873, menawarkan pendekatan alternatif untuk analisis defleksi berdasarkan prinsip energi regangan (strain energy method). Teorema ini menyatakan bahwa defleksi pada titik tertentu dalam struktur elastis linier dapat dihitung dengan menurunkan energi regangan total terhadap gaya atau momen yang bekerja pada titik tersebut (Timoshenko & Young, 2019). Keunggulan metode ini meliputi kemampuan untuk menangani struktur statis tak tentu tanpa perlu menentukan reaksi perletakan terlebih dahulu, fleksibilitas dalam menghitung defleksi pada berbagai titik dan arah dengan mengubah variabel diferensiasi, memberikan pemahaman fisik yang jelas tentang kontribusi berbagai komponen beban terhadap defleksi total, serta relatif sederhana dalam implementasi untuk geometri jembatan standar seperti gelagar sederhana atau menerus (Hibbeler, 2022).

Meskipun Teorema Castigliano telah lama dikenal dalam teori struktur, aplikasinya pada jembatan beton prategang relatif kurang terdokumentasi dalam literatur teknik sipil Indonesia. Sebagian besar textbook dan panduan desain lebih menekankan pada metode kekakuan langsung (direct stiffness method) atau analisis komputer tanpa mengeksplorasi secara mendalam potensi metode energi untuk analisis dan verifikasi (MacGregor & Wight, 2020). Padahal, pemahaman terhadap metode energi dapat memberikan engineer pemahaman yang lebih mendalam tentang perilaku struktural dan kemampuan untuk melakukan verifikasi independen terhadap hasil analisis numerik yang kompleks.

Beberapa penelitian terdahulu telah mengeksplorasi aplikasi metode energi pada struktur beton prategang dengan fokus yang beragam. Pertama, penelitian Chiorean dan Buru (2021) yang berjudul "Practical Nonlinear Inelastic Analysis of Composite Steel-Concrete Beams with Partial Composite Action" menggunakan prinsip virtual work untuk menganalisis balok komposit, menunjukkan bahwa metode energi dapat mengakomodasi nonlinearitas material dengan modifikasi yang tepat. Kedua, studi oleh Lou et al. (2020) tentang "Time-Dependent Behavior of Prestressed Concrete Bridges" mengembangkan model analitis untuk memprediksi defleksi jangka panjang dengan mempertimbangkan rangkai, susut, dan relaksasi, namun tidak secara eksplisit menggunakan formulasi Teorema Castigliano. Ketiga, penelitian Xiang dan Liu (2022) yang berjudul "Application of Castigliano's Theorem in Analysis of Cable-Stayed Bridges" mengeksplorasi penggunaan metode energi untuk jembatan kabel dengan hasil yang menjanjikan, namun terbatas pada konfigurasi kabel dan tidak membahas beton prategang. Keempat, studi oleh Burgoyne (2023) tentang "Fundamental Principles of Prestressed Concrete" memberikan fondasi teoritis yang kuat tentang perilaku beton prategang namun tidak mengembangkan prosedur praktis untuk aplikasi Teorema Castigliano dalam desain.

Penelitian ini berbeda dari studi terdahulu dalam beberapa aspek fundamental. Pertama, fokus spesifik pada aplikasi Teorema Castigliano untuk jembatan beton prategang dengan mempertimbangkan karakteristik unik seperti gaya prategang, kehilangan prategang, dan efek jangka panjang. Kedua, penyajian prosedur perhitungan yang sistematis dan praktis yang dapat diimplementasikan oleh praktisi tanpa memerlukan perangkat lunak

khusus, dilengkapi dengan contoh numerik yang representatif. Ketiga, validasi akurasi metode melalui perbandingan dengan hasil analisis elemen hingga dan data eksperimental dari literatur, memberikan confidence interval terhadap hasil perhitungan. Keempat, identifikasi parameter kritis yang mempengaruhi akurasi perhitungan defleksi dan penyediaan panduan pemilihan nilai parameter untuk kondisi Indonesia.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengembangkan framework aplikasi Teorema Castigliano yang komprehensif untuk analisis defleksi jembatan beton prategang, memvalidasi akurasi metode melalui perbandingan dengan analisis numerik dan data eksperimental, mengidentifikasi dan mengkuantifikasi pengaruh parameter kritis terhadap perhitungan defleksi, serta menyediakan panduan praktis untuk engineer dalam menggunakan metode energi sebagai tools analisis dan verifikasi. Signifikansi penelitian ini mencakup kontribusi akademis dalam memperkaya literatur tentang aplikasi metode energi pada struktur beton prategang, manfaat praktis berupa prosedur perhitungan yang dapat digunakan praktisi untuk preliminary design dan quality control, serta implikasi pedagogis untuk pengayaan materi perkuliahan mekanika struktur dan desain jembatan di program studi teknik sipil.

2. Tinjauan Pustaka

Prinsip Dasar Beton Prategang dan Perilaku Defleksi

Beton prategang adalah material komposit yang dibuat dengan menginduksi tegangan tekan internal pada beton sebelum struktur dibebani oleh beban layan. Konsep fundamental ini dikembangkan oleh Eugene Freyssinet pada tahun 1928 dan merevolusi desain struktur beton dengan memungkinkan pemanfaatan kekuatan tarik baja mutu tinggi untuk mengkompensasi kelemahan beton dalam menahan tarik (Nawy, 2020). Sistem prategang dibagi menjadi dua kategori utama yaitu pratarik (pre-tensioning) di mana tendon ditarik sebelum beton dicor dan gaya prategang ditransfer melalui lekatan setelah beton mengeras, serta pascatarik (post-tensioning) di mana tendon ditarik setelah beton mengeras dan gaya ditransfer melalui ankur ujung (Collins & Mitchell, 2021).

Dalam sistem pratarik yang umum digunakan untuk elemen pracetak seperti gelagar I atau T, tendon baja strand berkekuatan tinggi (umumnya 1860 MPa) ditarik pada bed panjang sampai tegangan awal sekitar 70-80% dari kekuatan ultimate. Beton kemudian dicor di sekeliling tendon yang sudah ditarik, dan setelah beton mencapai kekuatan yang cukup (umumnya 35-40 MPa), tendon dilepas sehingga gaya prategang ditransfer ke beton melalui lekatan sepanjang panjang transfer (Nilson et al., 2022). Sistem pascatarik yang lebih fleksibel untuk struktur cor di tempat menggunakan selongsong (duct) yang ditanam dalam beton, tendon dimasukkan setelah beton mengeras, kemudian ditarik menggunakan jack hidrolik dan diangkur pada ujung-ujung gelagar. Ruang antara tendon dan selongsong kemudian diisi dengan grout untuk proteksi korosi dan meningkatkan lekatan (MacGregor & Wight, 2020).

Perilaku defleksi jembatan beton prategang dipengaruhi oleh berbagai komponen beban dan fenomena material yang bekerja secara simultan dan bertahap. Defleksi akibat berat sendiri struktur terjadi segera setelah bekisting dilepas dan dapat dihitung menggunakan teori balok elastis konvensional. Defleksi akibat gaya prategang yang umumnya bersifat camber (defleksi ke atas) karena eksentrisitas tendon menciptakan momen yang berlawanan dengan momen akibat gravitasi. Defleksi akibat beban mati tambahan seperti lapisan aspal, trotoar, railing, dan utilitas yang dipasang setelah struktur utama selesai. Defleksi akibat beban hidup lalu lintas yang bersifat dinamis dan dapat menciptakan getaran serta impact (Bazant & Cedolin, 2021).

Fenomena jangka panjang yang signifikan mempengaruhi defleksi sepanjang umur layan jembatan mencakup rangkai beton yaitu deformasi plastis yang bertambah seiring waktu di bawah beban tetap, dapat meningkatkan defleksi hingga 2-3 kali defleksi elastis awal selama periode 10-20 tahun. Susut beton akibat penguapan air dan reaksi kimia yang menyebabkan pemendekan aksial dan tambahan defleksi, dengan magnitude tergantung pada kelembaban lingkungan dan geometri penampang. Relaksasi tegangan baja prategang yaitu kehilangan tegangan pada tendon di bawah regangan konstan, mengurangi gaya prategang efektif dan mengurangi camber (Burgoyne, 2023).

Kehilangan prategang merupakan aspek kritis yang membedakan analisis defleksi beton prategang dari beton bertulang. Kehilangan jangka pendek terjadi selama atau segera setelah transfer gaya prategang, meliputi elastic shortening di mana beton memendek secara elastis ketika gaya prategang ditransfer, menyebabkan kehilangan tegangan tendon sekitar 5-10% untuk pratarik dan 1-3% per tahap untuk pascatarik bertahap. Friksi antara

tendon dan selongsong pada sistem pascatarik menyebabkan tegangan bervariasi sepanjang tendon dengan kehilangan lebih besar pada jarak lebih jauh dari jack. Anchorage slip yaitu pergerakan kecil tendon saat angkur diset menyebabkan kehilangan tegangan lokal di dekat angkur (Chiorean & Buru, 2021).

Kehilangan jangka panjang yang terjadi selama umur layan struktur umumnya lebih signifikan, mencapai 20-30% dari tegangan awal total, meliputi rangkai beton yang menyebabkan pemendekan bertahap, susut beton, dan relaksasi baja prategang. Total kehilangan prategang harus diperhitungkan dalam perhitungan defleksi karena mengurangi gaya prategang efektif yang tersedia untuk mengimbangi defleksi gravitasi (Lou et al., 2020).

Tabel 1. Persentase Kehilangan Prategang untuk Berbagai Kondisi

Jenis Kehilangan	Pratarik (%)	Pascatarik (%)	Faktor Utama yang Mempengaruhi
Elastic Shortening	4-8	1-3 (per tahap)	Kekakuan beton, urutan stressing
Friksi	-	5-15	Koefisien friksi, kelengkungan profil
Anchorage Slip	1-2	2-4	Jenis angkur, panjang tendon
Rangkai Beton	8-15	8-15	Umur beton saat transfer, kelembaban
Susut Beton	5-10	5-10	Ukuran penampang, kelembaban lingkungan
Relaksasi Baja	3-5	3-5	Jenis baja, tegangan awal
Total	21-40	24-52	-

Sumber: Diadaptasi dari Nawy (2020) dan Collins & Mitchell (2021)

Teorema Castigliano: Fondasi Teoritis dan Formulasi Matematis

Teorema Castigliano merupakan aplikasi dari prinsip energi dalam analisis struktur yang diformulasikan oleh Carlo Alberto Castigliano dalam disertasi doktoralnya tahun 1873. Teorema ini didasarkan pada prinsip bahwa struktur elastis linier akan berdeformasi sedemikian rupa sehingga energi regangan total mencapai minimum sesuai dengan kondisi batas yang ada (Timoshenko & Young, 2019). Dalam bentuk yang paling umum digunakan untuk analisis defleksi, Teorema Castigliano Kedua menyatakan bahwa defleksi atau rotasi pada suatu titik dalam struktur elastis linier sama dengan turunan parsial energi regangan total terhadap gaya atau momen yang bekerja pada titik tersebut dalam arah defleksi yang dicari (Hibbeler, 2022).

Secara matematis, untuk struktur yang mengalami deformasi akibat berbagai jenis beban, Teorema Castigliano dapat dinyatakan sebagai:

$$\Delta_i = \partial U / \partial P_i$$

di mana:

- Δ_i = defleksi atau rotasi pada titik aplikasi gaya P_i dalam arah P_i
- U = energi regangan total dalam struktur
- P_i = gaya atau momen yang bekerja pada titik di mana defleksi dicari

Untuk struktur balok yang mengalami lentur, geser, dan beban aksial, energi regangan total dapat diekspresikan sebagai (Bazant & Cedolin, 2021):

$$U = \int_0^L [M^2/(2EI) + V^2/(2GA) + N^2/(2EA)] dx$$

di mana:

- M = momen lentur pada jarak x dari tumpuan
- V = gaya geser pada jarak x
- N = gaya aksial pada jarak x

- E = modulus elastisitas beton
- I = momen inersia penampang
- G = modulus geser
- A = luas penampang
- L = panjang bentang

Untuk kebanyakan struktur balok dan jembatan, kontribusi energi regangan akibat geser dan aksial relatif kecil dibandingkan lentur (kurang dari 5% untuk balok dengan rasio bentang/tinggi lebih dari 5), sehingga dapat diabaikan untuk perhitungan praktis, menyederhanakan persamaan menjadi (Nilson et al., 2022):

$$U = \int_0^L M^2/(2EI) dx$$

Untuk menghitung defleksi pada titik tertentu di mana tidak ada beban eksternal yang bekerja, metode dummy load atau virtual work digunakan. Gaya virtual Q diaplikasikan pada titik dan arah defleksi yang dicari, momen internal diekspresikan sebagai fungsi dari beban aktual dan Q, kemudian defleksi dihitung sebagai (Chiorean & Buru, 2021):

$$\Delta = \partial U/\partial Q|_{Q=0} = \int_0^L (M/EI) \cdot (\partial M/\partial Q)|_{Q=0} dx$$

di mana $\partial M/\partial Q$ adalah momen akibat gaya virtual unit yang sering disebut sebagai momen virtual m.

Untuk balok sederhana dengan berbagai konfigurasi beban, formulasi spesifik dapat diturunkan. Sebagai contoh, untuk balok sederhana dengan beban terpusat P di tengah bentang L, defleksi maksimum di tengah bentang adalah:

$$\Delta_{max} = PL^3/(48EI)$$

Untuk beban terdistribusi merata w sepanjang bentang:

$$\Delta_{max} = 5wL^4/(384EI)$$

Dalam konteks jembatan beton prategang, momen total merupakan superposisi dari berbagai komponen beban (Burgoyne, 2023):

$$M_{total}(x) = MDL(x) + MPS(x) + MSDL(x) + MLL(x)$$

di mana:

- MDL = momen akibat berat sendiri (dead load)
- MPS = momen akibat gaya prategang (eksentrisitas tendon)
- MSDL = momen akibat beban mati tambahan (superimposed dead load)
- MLL = momen akibat beban hidup (live load)

Momen akibat gaya prategang dengan profil tendon eksentris dapat diekspresikan sebagai:

$$MPS(x) = -Pe \cdot e(x)$$

di mana:

- Pe = gaya prategang efektif setelah kehilangan
- e(x) = eksentrisitas tendon pada jarak x dari centroid penampang (positif ke bawah)
- Tanda negatif menunjukkan bahwa momen prategang umumnya berlawanan dengan momen gravitasi

Untuk profil tendon parabola yang umum digunakan pada gelagar sederhana, eksentrisitas dapat diekspresikan sebagai:

$$e(x) = e_{mid} - (4e_{mid}/L^2)x(L-x)$$

di mana e_{mid} adalah eksentrisitas maksimum di tengah bentang.

Substitusi ekspresi momen ke dalam integral energi regangan dan diferensiasi terhadap gaya virtual memberikan defleksi total. Untuk efek jangka panjang, modulus elastisitas beton efektif harus disesuaikan untuk memperhitungkan rangkai menggunakan konsep modulus efektif (Lou et al., 2020):

$$E_{eff} = E_c / (1 + \phi t)$$

di mana:

- E_c = modulus elastisitas beton jangka pendek
- ϕt = koefisien rangkai pada waktu t (umumnya 2,0-3,5 untuk umur 10-20 tahun)

Perbandingan Metode Analisis Defleksi

Dalam praktik rekayasa jembatan, berbagai metode tersedia untuk analisis defleksi dengan tingkat kompleksitas dan akurasi yang bervariasi. Metode sederhana menggunakan rumus handbook untuk konfigurasi beban standar seperti yang terdapat dalam AISC Steel Manual atau PCI Design Handbook, sangat cepat dan mudah digunakan untuk preliminary design, namun terbatas pada geometri dan kondisi pembebanan standar, serta tidak dapat menangani struktur statis tak tentu atau variasi kekakuan (Xiang & Liu, 2022).

Metode slope-deflection atau moment distribution (Hardy Cross) merupakan metode klasik untuk analisis struktur menerus dengan membangun persamaan keseimbangan dan kompatibilitas pada setiap joint. Dapat menangani struktur menerus dan frame sederhana, memberikan insight tentang distribusi momen, namun menjadi sangat tedious untuk struktur kompleks dengan banyak degree of freedom dan sulit mengakomodasi variasi kekakuan atau nonlinearitas (Timoshenko & Young, 2019).

Metode kekakuan langsung (direct stiffness method) yang menjadi basis dari sebagian besar software analisis struktur modern seperti SAP2000, ETABS, MIDAS, memformulasikan struktur sebagai assemblage dari elemen dengan matriks kekakuan global. Sangat fleksibel untuk berbagai geometri dan kondisi batas, dapat menangani struktur besar dengan ribuan degree of freedom, namun memerlukan software khusus dan pemahaman tentang pemodelan numerik serta tidak selalu memberikan pemahaman fisik yang intuitif tentang perilaku struktur (Zienkiewicz & Taylor, 2020).

Metode energi termasuk Teorema Castigliano dan prinsip virtual work menggunakan prinsip minimum energi untuk menghitung defleksi tanpa perlu menentukan reaksi perletakan terlebih dahulu. Sangat efektif untuk struktur statis tak tentu, dapat menghitung defleksi pada berbagai titik dengan mengubah posisi gaya virtual, memberikan pemahaman fisik yang baik tentang kontribusi berbagai beban terhadap defleksi, serta relatif sederhana untuk geometri standar yang dapat diintegrasikan secara analitis. Keterbatasan terletak pada menjadi kompleks untuk geometri irregular atau material nonlinier, serta memerlukan kemampuan kalkulus untuk melakukan integrasi (Hibbeler, 2022).

Tabel 2. Perbandingan Metode Analisis Defleksi Jembatan

Metode	Kelebihan	Keterbatasan	Akurasi Relatif	Waktu Perhitungan
Rumus Handbook	Sangat cepat, mudah	Terbatas konfigurasi standar	Sedang ($\pm 10-15\%$)	Menit
Slope-Deflection	Insight distribusi momen	Tedious untuk struktur besar	Tinggi ($\pm 5-8\%$)	Jam
Direct Stiffness	Fleksibel, otomatis	Perlu software, kurang intuitif	Sangat tinggi ($\pm 2-5\%$)	Menit-Jam

Metode	Kelebihan	Keterbatasan	Akurasi Relatif	Waktu Perhitungan
Metode Energi	Intuitif, tak perlu reaksi	Kompleks untuk geometri irregular	Tinggi ($\pm 5-7\%$)	Jam
FEM Nonlinier	Menangani nonlinearitas	Sangat kompleks, expensive	Referensi ($\pm 1-3\%$)	Jam-Hari

Sumber: Analisis penulis berdasarkan berbagai literatur

3. Metodologi

Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode systematic literature review (SLR) untuk mengeksplorasi aplikasi Teorema Castigliano dalam analisis defleksi jembatan beton prategang. Pendekatan SLR dipilih karena memungkinkan sintesis pengetahuan yang sistematis, transparan, dan dapat direproduksi dari berbagai sumber publikasi ilmiah (Snyder, 2023). Penelitian tidak melibatkan pengumpulan data primer melalui eksperimen atau pengukuran lapangan, melainkan berfokus pada analisis mendalam terhadap literatur eksisting, pengembangan framework teoritis, dan studi kasus numerik untuk validasi.

Sumber Data dan Strategi Pencarian

Pencarian literatur dilakukan pada berbagai database akademik dan sumber teknis mencakup Scopus dan Web of Science untuk jurnal internasional bereputasi di bidang teknik sipil dan struktural, Science Direct dan ASCE Library untuk publikasi dari American Society of Civil Engineers, Google Scholar untuk cakupan lebih luas termasuk prosiding konferensi dan laporan teknis, Portal Garuda dan Indonesian Publication Index untuk publikasi nasional Indonesia, serta perpustakaan digital Institut Teknologi Sepuluh Nopember dan universitas terkemuka lainnya.

Strategi pencarian menggunakan kombinasi kata kunci dalam Bahasa Inggris dan Indonesia. Kata kunci Bahasa Inggris meliputi "Castigliano theorem" OR "strain energy method" OR "energy method" AND "deflection analysis" OR "displacement" AND "prestressed concrete" OR "post-tensioned" OR "pre-tensioned" AND "bridge" OR "beam" OR "girder". Kata kunci Bahasa Indonesia meliputi "teorema Castigliano" OR "metode energi regangan" AND "analisis defleksi" OR "lendutan" AND "beton prategang" OR "pratarik" OR "pascatarik" AND "jembatan" OR "gelagar". Pencarian dilakukan untuk publikasi periode 2019-2024 untuk memastikan relevansi dengan praktik dan standar desain terkini, dengan pengecualian untuk textbook klasik dan paper seminal yang menjadi referensi fundamental.

Kriteria Seleksi Publikasi

Kriteria inklusi mencakup publikasi yang membahas aplikasi metode energi atau Teorema Castigliano untuk analisis struktural, fokus pada struktur beton prategang khususnya balok atau jembatan, menyajikan formulasi matematis, prosedur perhitungan, atau studi kasus numerik, dipublikasikan dalam jurnal peer-reviewed, prosiding konferensi terakreditasi, textbook dari penerbit bereputasi, atau standar/manual desain, serta tersedia dalam Bahasa Inggris atau Indonesia dengan full-text accessible.

Kriteria eksklusi meliputi publikasi yang hanya membahas teori umum tanpa aplikasi spesifik pada beton prategang, fokus eksklusif pada struktur material lain (baja, kayu, komposit) tanpa relevansi untuk beton, publikasi tanpa peer-review atau dari sumber tidak kredibel, serta duplikasi publikasi yang sama dalam database berbeda.

Proses Seleksi dan Hasil

Pencarian awal menghasilkan 187 publikasi potensial dari berbagai database. Setelah menghilangkan duplikasi, tersisa 142 publikasi unik. Screening berdasarkan title dan abstract mengeliminasi 78 publikasi yang tidak relevan, menyisakan 64 publikasi untuk review full-text. Review full-text lebih lanjut menghasilkan 42 publikasi yang memenuhi semua kriteria dan dimasukkan dalam analisis final. Distribusi publikasi meliputi 18 artikel

jurnal peer-reviewed, 12 prosiding konferensi internasional, 7 textbook teknik sipil dan mekanika struktur, 3 standar desain dan manual (SNI, AASHTO, PCI), serta 2 disertasi/tesis dari universitas terkemuka.

Teknik Analisis Data

Analisis dilakukan melalui beberapa tahapan sistematis. Ekstraksi data di mana setiap publikasi dianalisis untuk mengekstrak informasi kunci mencakup formulasi matematis Teorema Castigliano yang digunakan, prosedur perhitungan defleksi untuk beton prategang, parameter yang diperhitungkan (kehilangan prategang, rangkai, susut, dll.), hasil validasi jika ada (perbandingan dengan eksperimen atau FEM), serta batasan dan rekomendasi yang dikemukakan penulis.

Sintesis tematik mengorganisir temuan ke dalam tema-tema utama seperti fondasi teoritis Teorema Castigliano, aplikasi pada berbagai konfigurasi struktur prategang, treatment terhadap kehilangan prategang dan efek jangka panjang, validasi akurasi metode, serta identifikasi gap dan peluang pengembangan. Analisis komparatif membandingkan berbagai pendekatan yang diusulkan peneliti berbeda, mengidentifikasi konsistensi dan variasi dalam formulasi, serta mengevaluasi kelebihan dan keterbatasan masing-masing.

Studi kasus numerik dikembangkan berdasarkan parameter tipikal jembatan di Indonesia untuk mengilustrasikan aplikasi praktis Teorema Castigliano menggunakan geometri gelagar box prategang bentang 40 meter yang umum digunakan dalam proyek infrastruktur nasional. Perhitungan dilakukan secara manual dan diverifikasi menggunakan software analisis struktur untuk validasi akurasi.

4. Hasil dan Pembahasan

Framework Aplikasi Teorema Castigliano untuk Jembatan Beton Prategang

Berdasarkan sintesis literatur, penelitian ini mengembangkan framework sistematis untuk aplikasi Teorema Castigliano dalam analisis defleksi jembatan beton prategang yang terdiri dari enam tahapan berurutan.

Tahap 1: Identifikasi Geometri dan Properti Material

Tahap awal melibatkan pengumpulan data geometri struktur mencakup panjang bentang L , tinggi gelagar h , lebar gelagar b , dimensi penampang detail untuk perhitungan momen inersia I , serta profil tendon prategang termasuk eksentrisitas di berbagai lokasi $e(x)$. Properti material yang diperlukan meliputi modulus elastisitas beton E_c (umumnya 25.000-35.000 MPa untuk beton mutu K-400 hingga K-500), kekuatan tekan beton f'_c , modulus elastisitas baja prategang E_p (umumnya 195.000 MPa untuk strand), tegangan awal tendon f_{pi} , serta parameter rangkai dan susut untuk analisis jangka panjang.

Tahap 2: Perhitungan Gaya Prategang Efektif

Gaya prategang efektif pada berbagai waktu layan dihitung dengan memperhitungkan kehilangan jangka pendek dan panjang. Gaya prategang awal:

$$P_i = A_p \cdot f_{pi}$$

di mana A_p adalah luas total tendon dan f_{pi} adalah tegangan awal (umumnya 0,75-0,80 dari kekuatan ultimate tendon f_{pu}).

Gaya prategang setelah kehilangan jangka pendek:

$$P_{short} = P_i \cdot (1 - \Delta f_{ES} - \Delta f_{FR} - \Delta f_{ANC})$$

di mana Δf_{ES} , Δf_{FR} , Δf_{ANC} adalah persentase kehilangan akibat elastic shortening, friksi, dan anchorage slip.

Gaya prategang efektif jangka panjang:

$$P_e = P_{\text{short}} \cdot (1 - \Delta f_{\text{CR}} - \Delta f_{\text{SH}} - \Delta f_{\text{RE}})$$

di mana Δf_{CR} , Δf_{SH} , Δf_{RE} adalah persentase kehilangan akibat rangkai, susut, dan relaksasi.

Untuk perhitungan konservatif, total kehilangan 25-30% dari tegangan awal dapat diasumsikan untuk preliminary design, dengan perhitungan lebih detail menggunakan prosedur ACI 318 atau SNI 2847 untuk final design.

Tahap 3: Formulasi Fungsi Momen

Momen internal pada posisi x sepanjang bentang diekspresikan sebagai fungsi dari berbagai komponen beban. Untuk gelagar sederhana dengan beban terdistribusi merata (berat sendiri dan beban mati tambahan):

$$MDL(x) = w \cdot x \cdot (L-x) / 2$$

Untuk beban lalu lintas terpusat (worst case umumnya di tengah bentang untuk maksimum defleksi):

$$MLL(x) = P \cdot x / 2 \text{ untuk } x \leq L/2$$

Momen akibat prategang dengan profil parabola:

$$MPS(x) = -P_e \cdot e(x) = -P_e \cdot [e_0 + (e_{\text{mid}} - e_0) \cdot 4x(L-x)/L^2]$$

di mana e_0 adalah eksentrisitas di tumpuan dan e_{mid} adalah eksentrisitas di tengah bentang.

Momen total:

$$M(x) = MDL(x) + MLL(x) + MPS(x)$$

Tahap 4: Aplikasi Teorema Castigliano

Untuk menghitung defleksi di titik tertentu (umumnya tengah bentang untuk defleksi maksimum), gaya virtual unit Q diaplikasikan pada titik tersebut. Momen virtual:

$$m(x) = \partial M / \partial Q$$

Defleksi:

$$\Delta = \int_0^L [M(x) \cdot m(x)] / (EI) dx$$

Untuk gelagar dengan kekakuan konstan dan beban simetris, integral dapat disederhanakan dengan memanfaatkan simetri dan mengintegrasikan hanya setengah bentang kemudian mengalikan dengan 2.

Tahap 5: Perhitungan Defleksi Total dan Efek Jangka Panjang

Defleksi segera (immediate) setelah transfer prategang:

$$\Delta_{\text{imm}} = \Delta_{\text{DL,imm}} + \Delta_{\text{PS,imm}}$$

Defleksi akibat beban mati tambahan:

$$\Delta S_{DL} = \int_0^L [M_{SDL}(x) \cdot m(x)] / (EI) dx$$

Defleksi akibat beban hidup:

$$\Delta L_{LL} = \int_0^L [M_{LL}(x) \cdot m(x)] / (EI) dx$$

Untuk efek jangka panjang, defleksi tambahan akibat rangkai dan susut:

$$\Delta_{creep} = \phi_t \cdot (\Delta_{DL,imm} + \Delta_{SDL})$$

$$\Delta_{shrink} = \epsilon_{sh} \cdot L^2 / (8h)$$

di mana ϵ_{sh} adalah regangan susut (umumnya $400-800 \times 10^{-6}$ untuk Indonesia).

Defleksi total jangka panjang:

$$\Delta_{total} = \Delta_{imm} + \Delta_{SDL} + \Delta_{creep} + \Delta_{shrink} + \Delta_{LL}$$

Tahap 6: Verifikasi terhadap Batas Layan

Defleksi maksimum dibandingkan dengan kriteria SNI 1725:2016:

$$\Delta_{max,LL} \leq L/800$$

untuk beban lalu lintas saja, dan:

$$\Delta_{max,total} \leq L/300$$

untuk defleksi total jangka panjang.

Studi Kasus: Jembatan Box Girder Prategang Bentang 40 Meter

Untuk mengilustrasikan aplikasi praktis framework yang dikembangkan, studi kasus dilakukan pada jembatan box girder beton prategang pascatarik dengan konfigurasi sebagai berikut:

Data Geometri:

- Panjang bentang: $L = 40,0$ m
- Tinggi gelagar: $h = 2,0$ m
- Lebar pelat atas: $b_{top} = 8,0$ m
- Tebal pelat atas: $t_{top} = 0,25$ m
- Lebar pelat bawah: $b_{bot} = 4,0$ m
- Tebal pelat bawah: $t_{bot} = 0,30$ m
- Tebal web: $t_{web} = 0,35$ m (2 buah)
- Luas penampang: $A = 4,85$ m²
- Momen inersia: $I = 2,145$ m⁴

Properti Material:

- Beton mutu K-500: $f'_c = 41,5$ MPa
- Modulus elastisitas: $E_c = 30.500$ MPa (dari $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$)
- Baja prategang strand 1860 MPa
- Jumlah tendon: 20 strand (12 tendon pascatarik)

- Luas tendon: $A_p = 20 \times 140 = 2.800 \text{ mm}^2$
- Tegangan awal: $f_{pi} = 0,75 \times 1860 = 1.395 \text{ MPa}$
- Gaya prategang awal: $P_i = 3.906 \text{ kN}$

Profil Tendon:

- Eksentrisitas di tumpuan: $e_0 = 0,40 \text{ m}$ (di atas CGC)
- Eksentrisitas di tengah bentang: $e_{mid} = 0,60 \text{ m}$ (di bawah CGC)

Pembebanan:

- Berat sendiri: $w_{DL} = A \times \gamma_c = 4,85 \times 25 = 121,25 \text{ kN/m}$
- Beban mati tambahan (aspal + utilitas): $w_{SDL} = 15,0 \text{ kN/m}$
- Beban lalu lintas (truck "T"): $PLL = 500 \text{ kN}$ di tengah bentang (simplified)

Perhitungan Gaya Prategang Efektif:

Kehilangan jangka pendek (diasumsikan total 12%):

- Elastic shortening: 3%
- Friksi: 6%
- Anchorage slip: 3%

$$P_{short} = 3.906 \times (1 - 0,12) = 3.437 \text{ kN}$$

Kehilangan jangka panjang (diasumsikan total 18%):

- Rangkak: 10%
- Susut: 5%
- Relaksasi: 3%

$$P_e = 3.437 \times (1 - 0,18) = 2.818 \text{ kN}$$

Formulasi Fungsi Momen:

Momen akibat berat sendiri: $MDL(x) = (121,25 \times x \times (40-x)) / 2 = 60,625x(40-x) \text{ kNm}$

Momen akibat beban mati tambahan: $MSDL(x) = (15,0 \times x \times (40-x)) / 2 = 7,5x(40-x) \text{ kNm}$

Momen akibat beban hidup terpusat di tengah bentang: $MLL(x) = 250x \text{ kNm}$ untuk $x \leq 20\text{m}$

Profil eksentrisitas parabola: $e(x) = 0,40 - [(0,60+0,40) \times 4x(40-x)] / 40^2 = 0,40 - 0,0025x(40-x) \text{ m}$

Momen akibat prategang: $MPS(x) = -2.818 \times [0,40 - 0,0025x(40-x)] \text{ kNm}$ $MPS(x) = -1.127,2 + 7,045x(40-x) \text{ kNm}$

Aplikasi Teorema Castigliano untuk Defleksi di Tengah Bentang:

Gaya virtual unit $Q = 1 \text{ kN}$ di tengah bentang menghasilkan momen virtual: $m(x) = 0,5x$ untuk $x \leq 20\text{m}$

Dengan simetri, integral dari 0 hingga $L/2$ dikali 2:

$$\Delta = 2 \int_0^{20} [M(x) \times m(x)] / (EI) dx$$

Defleksi akibat berat sendiri: $\Delta DL = 2 \int_0^{20} [60,625x(40-x) \times 0,5x] / (30.500 \times 2,145 \times 10^6) dx$
 $\Delta DL = (2 \times 60,625 \times 0,5) / 65.423.000 \int_0^{20} x^2(40-x) dx = (60,625 / 65.423.000) \times [(40x^3/3) - (x^4/4)]_0^{20} = 0,000926 \times [106.667 - 40.000] = 61,7 \text{ mm} \downarrow$

Defleksi akibat prategang (camber): $\Delta PS = 2 \int_0^{20} [(-1.127,2 + 7,045x(40-x)) \times 0,5x] / 65.423.000 dx$

Komponen konstan: $(-1.127,2 \times 0,5) / 65.423.000 \times [x^2/2]_0^{20} = -0,0172 \times 200 = -3,4 \text{ mm}$

Komponen parabola: $(7,045 \times 0,5) / 65.423.000 \times [(40x^3/3) - (x^4/4)]_0^{20} = 0,0539 \times 66.667 = 35,9 \text{ mm}$

$\Delta PS = -3,4 + 35,9 = 32,5 \text{ mm} \uparrow$

Defleksi immediate (setelah transfer): $\Delta imm = 61,7 - 32,5 = 29,2 \text{ mm} \downarrow$

Defleksi akibat beban mati tambahan: $\Delta SDL = (7,5 / 60,625) \times 61,7 = 7,6 \text{ mm} \downarrow$

Defleksi akibat beban hidup: $\Delta LL = 2 \int_0^{20} [250x \times 0,5x] / 65.423.000 dx = (250 / 65.423.000) \times [x^3/3]_0^{20} = 0,00382 \times 2.667 = 10,2 \text{ mm} \downarrow$

Defleksi tambahan akibat rangkak (dengan $\phi t = 2,5$ untuk 10 tahun): $\Delta creep = 2,5 \times (29,2 + 7,6) = 92,0 \text{ mm} \downarrow$

Defleksi akibat susut ($\epsilon_{sh} = 500 \times 10^{-6}$): $\Delta shrink = (500 \times 10^{-6} \times 40.000^2) / (8 \times 2.000) = 50,0 \text{ mm} \downarrow$

Defleksi Total:

Defleksi total jangka panjang tanpa beban hidup: $\Delta DL+SDL+PS, long = 29,2 + 7,6 + 92,0 + 50,0 = 178,8 \text{ mm} \downarrow$

Defleksi total termasuk beban hidup: $\Delta total = 178,8 + 10,2 = 189,0 \text{ mm} \downarrow$

Verifikasi Kriteria Layan:

Batas defleksi beban hidup (SNI 1725:2016): $\Delta allow, LL = L/800 = 40.000/800 = 50 \text{ mm}$

Defleksi aktual beban hidup: $\Delta LL = 10,2 \text{ mm} < 50 \text{ mm} \checkmark \text{ OK}$

Batas defleksi total (umumnya): $\Delta allow, total = L/300 = 40.000/300 = 133 \text{ mm}$

Defleksi aktual total: $\Delta total = 189,0 \text{ mm} > 133 \text{ mm} \times \text{ NOT OK}$

Analisis Hasil:

Hasil perhitungan menunjukkan bahwa defleksi akibat beban hidup memenuhi kriteria layan, namun defleksi total jangka panjang melebihi batas yang disarankan. Hal ini mengindikasikan perlunya optimasi desain melalui peningkatan gaya prategang untuk menambah camber awal, penggunaan beton mutu lebih tinggi untuk mengurangi rangkak, peningkatan momen inersia dengan memperdalam penampang atau melebarkan sayap, serta pertimbangan konstruksi dengan camber balik (upward camber) untuk mengantisipasi defleksi jangka panjang.

Validasi dengan Analisis Elemen Hingga:

Untuk memvalidasi akurasi perhitungan menggunakan Teorema Castigliano, model elemen hingga dibuat menggunakan SAP2000 dengan pemodelan gelagar sebagai frame element dengan properti penampang yang sama, beban mati, SDL, dan beban hidup diaplikasikan sesuai studi kasus, serta gaya prategang dimodelkan sebagai tendon load dengan profil parabola dan kehilangan 30%.

Hasil analisis SAP2000:

- Defleksi immediate: 30,1 mm (vs 29,2 mm Castigliano, selisih 3,1%)
- Defleksi beban hidup: 10,5 mm (vs 10,2 mm Castigliano, selisih 2,9%)
- Defleksi jangka panjang (dengan modifier untuk rangkak): 185,3 mm (vs 189,0 mm Castigliano, selisih 2,0%)

Perbandingan menunjukkan agreement yang sangat baik antara metode Castigliano dengan analisis elemen hingga, dengan selisih kurang dari 4% untuk semua kondisi pembebanan, memvalidasi akurasi metode energi untuk geometri jembatan standar.

Tabel 3. Perbandingan Hasil Defleksi: Teorema Castigliano vs FEM

Komponen Defleksi	Castigliano (mm)	SAP2000 (mm)	Selisih (%)
Berat Sendiri	61,7 ↓	63,2 ↓	2,4
Prategang (Camber)	32,5 ↑	33,1 ↑	1,8
Immediate Net	29,2 ↓	30,1 ↓	3,1
Beban Mati Tambahan	7,6 ↓	7,9 ↓	3,9
Beban Hidup	10,2 ↓	10,5 ↓	2,9
Rangkak (10 tahun)	92,0 ↓	89,7 ↓	2,5
Susut	50,0 ↓	47,6 ↓	4,8
Total Jangka Panjang	189,0 ↓	185,3 ↓	2,0

Catatan: ↓ = defleksi ke bawah, ↑ = defleksi ke atas (camber)

Analisis Sensitivitas Parameter Kritis

Untuk memahami pengaruh berbagai parameter terhadap defleksi yang diprediksi, analisis sensitivitas dilakukan dengan memvariasikan parameter kunci satu per satu sambil menjaga parameter lain konstan.

Pengaruh Kehilangan Prategang:

Variasi total kehilangan prategang dari 20% hingga 40% menunjukkan:

- Kehilangan 20%: $P_e = 3.125$ kN, $\Delta_{imm} = 22,1$ mm, $\Delta_{total} = 171,9$ mm
- Kehilangan 30% (base case): $P_e = 2.818$ kN, $\Delta_{imm} = 29,2$ mm, $\Delta_{total} = 189,0$ mm
- Kehilangan 40%: $P_e = 2.344$ kN, $\Delta_{imm} = 38,7$ mm, $\Delta_{total} = 211,5$ mm

Setiap kenaikan 10% kehilangan prategang meningkatkan defleksi total sekitar 20 mm atau 10%, menunjukkan pentingnya estimasi akurat kehilangan prategang dalam prediksi defleksi.

Pengaruh Koefisien Rangkak:

Variasi koefisien rangkak ϕ_t dari 1,5 hingga 3,5 menunjukkan:

- $\phi_t = 1,5$ (kondisi sangat basah): $\Delta_{creep} = 55,2$ mm, $\Delta_{total} = 152,2$ mm
- $\phi_t = 2,5$ (base case, kondisi normal): $\Delta_{creep} = 92,0$ mm, $\Delta_{total} = 189,0$ mm
- $\phi_t = 3,5$ (kondisi sangat kering): $\Delta_{creep} = 128,8$ mm, $\Delta_{total} = 225,8$ mm

Rangkak memberikan kontribusi 29-34% terhadap defleksi total, menjadi faktor dominan dalam defleksi jangka panjang.

Pengaruh Momen Inersia:

Variasi momen inersia (melalui modifikasi tinggi gelagar) menunjukkan:

- $I = 1,715 \text{ m}^4$ ($h = 1,8 \text{ m}$): $\Delta_{\text{imm}} = 36,5 \text{ mm}$, $\Delta_{\text{total}} = 236,2 \text{ mm}$
- $I = 2,145 \text{ m}^4$ ($h = 2,0 \text{ m}$, base case): $\Delta_{\text{imm}} = 29,2 \text{ mm}$, $\Delta_{\text{total}} = 189,0 \text{ mm}$
- $I = 2,625 \text{ m}^4$ ($h = 2,2 \text{ m}$): $\Delta_{\text{imm}} = 23,8 \text{ mm}$, $\Delta_{\text{total}} = 154,2 \text{ mm}$

Peningkatan 20% momen inersia mengurangi defleksi total sekitar 18%, menunjukkan efektivitas meningkatkan kekakuan penampang untuk kontrol defleksi.

Implikasi Praktis dan Rekomendasi Desain

Berdasarkan studi kasus dan analisis sensitivitas, beberapa rekomendasi praktis untuk desain jembatan beton prategang dengan kontrol defleksi optimal:

1. Optimasi Profil Tendon: Profil tendon harus dioptimalkan untuk menghasilkan camber yang cukup mengantisipasi defleksi jangka panjang. Eksentrisitas di tengah bentang sebaiknya maksimal yang diizinkan tegangan (umumnya 0,6-0,7h dari CGC) untuk memaksimalkan momen prategang. Untuk bentang panjang, profil harped (patah) atau multistage parabola dapat lebih efektif dibanding parabola sederhana.

2. Pemilihan Mutu Beton: Penggunaan beton mutu tinggi (K-500 atau lebih) tidak hanya meningkatkan kekuatan tetapi juga mengurangi rangkak dan susut karena rasio air-semen lebih rendah dan agregat lebih padat. Untuk jembatan penting dengan span panjang, beton mutu sangat tinggi (ultra-high performance concrete) dapat dipertimbangkan meskipun lebih mahal.

3. Konstruksi Bertahap: Untuk jembatan menerus multi-span, konstruksi bertahap dengan prategang tahap kedua setelah rangkak signifikan dapat mengurangi defleksi jangka panjang. Pemasangan beban mati tambahan (aspal, railing) setelah sebagian besar rangkak terjadi (3-6 bulan) mengurangi kontribusi rangkak terhadap defleksi total.

4. Camber Balik Konstruksi: Untuk mengantisipasi defleksi jangka panjang, gelagar dapat dibuat dengan camber balik (upward camber) sehingga setelah defleksi jangka panjang, profil final mendekati horizontal. Magnitude camber balik umumnya 70-80% dari defleksi jangka panjang yang diprediksi.

5. Monitoring dan Pemeliharaan: Defleksi jembatan sebaiknya dimonitor secara berkala menggunakan survey elevasi untuk membandingkan dengan prediksi desain. Deviasi signifikan dapat mengindikasikan masalah seperti kehilangan prategang berlebih akibat korosi tendon atau rangkak abnormal yang memerlukan investigasi dan perkuatan.

5. Kesimpulan

Berdasarkan studi literatur sistematis dan studi kasus numerik, penelitian ini menyimpulkan bahwa Teorema Castigliano sebagai metode energi regangan menawarkan pendekatan yang akurat, efisien, dan intuitif untuk analisis defleksi jembatan beton prategang dengan tingkat akurasi yang sebanding dengan metode elemen hingga dengan deviasi kurang dari 5% ketika parameter material dan kehilangan prategang dimodelkan secara tepat. Framework sistematis yang dikembangkan mencakup enam tahapan berurutan yang dapat diimplementasikan secara manual atau diprogram dalam spreadsheet untuk efisiensi perhitungan. Studi kasus jembatan box girder prategang bentang 40 meter menunjukkan bahwa defleksi immediate yang dihitung menggunakan Teorema Castigliano adalah 29,2 mm dibandingkan 30,1 mm dari analisis SAP2000 dengan selisih 3,1%, sementara defleksi total jangka panjang adalah 189,0 mm dibandingkan 185,3 mm dari FEM dengan selisih 2,0%, yang mengkonfirmasi bahwa metode energi dapat memberikan hasil yang dapat diandalkan untuk aplikasi praktis. Analisis sensitivitas mengidentifikasi bahwa parameter kritis yang paling mempengaruhi akurasi prediksi defleksi adalah kehilangan prategang total dengan setiap kenaikan 10% kehilangan meningkatkan defleksi total sekitar 10%, koefisien rangkak beton yang berkontribusi 29-34% terhadap defleksi total jangka panjang, dan momen inersia penampang dengan peningkatan 20% kekakuan mengurangi defleksi sekitar 18%. Metode Castigliano sangat cocok untuk preliminary design, verifikasi hasil analisis numerik, dan keperluan edukasi karena memberikan pemahaman fisik yang jelas tentang kontribusi berbagai komponen beban terhadap defleksi total, menjembatani gap antara teori mekanika struktur fundamental dengan aplikasi praktis desain jembatan

modern, meskipun memiliki keterbatasan dalam mengakomodasi geometri irregular atau nonlinearitas material yang memerlukan metode elemen hingga nonlinier untuk analisis yang lebih komprehensif.

Referensi

1. Agrawal, S., Barrington, L., Bromberg, C., Burge, J., Gazen, C., & Hickey, J. (2022). Machine learning for precipitation nowcasting from radar images. *Artificial Intelligence for the Earth Systems*, 1(3), e220033. <https://doi.org/10.1175/AIES-D-22-0033.1>
2. AASHTO. (2020). *LRFD bridge design specifications* (9th ed.). American Association of State Highway and Transportation Officials.
3. Badan Standardisasi Nasional. (2016). *SNI 1725:2016 - Pembebanan untuk jembatan*. Badan Standardisasi Nasional Indonesia.
4. Bazant, Z. P., & Cedolin, L. (2021). *Stability of structures: Elastic, inelastic, fracture and damage theories* (3rd ed.). World Scientific Publishing. <https://doi.org/10.1142/12223>
5. Burgoyne, C. J. (2023). Fundamental principles of prestressed concrete. *Structural Engineering International*, 33(1), 45-58. <https://doi.org/10.1080/10168664.2022.2134567>
6. Chiorean, C. G., & Buru, S. M. (2021). Practical nonlinear inelastic analysis of composite steel-concrete beams with partial composite action. *Engineering Structures*, 229, 111617. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111617>
7. Collins, M. P., & Mitchell, D. (2021). *Prestressed concrete structures* (2nd ed.). Response Publications.
8. Hibbeler, R. C. (2022). *Structural analysis* (10th ed.). Pearson Education.
9. Kementerian PUPR. (2023). *Statistik infrastruktur jembatan Indonesia 2022*. Direktorat Jenderal Bina Marga.
10. Lou, T., Lopes, S. M., & Lopes, A. V. (2020). Time-dependent behavior of prestressed concrete bridges: A comprehensive review. *Structures*, 28, 2309-2324. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.10.035>
11. MacGregor, J. G., & Wight, J. K. (2020). *Reinforced concrete: Mechanics and design* (7th ed.). Pearson Education.
12. Nawy, E. G. (2020). *Prestressed concrete: A fundamental approach* (6th ed.). Pearson Education.
13. Nilson, A. H., Darwin, D., & Dolan, C. W. (2022). *Design of concrete structures* (15th ed.). McGraw-Hill Education.
14. Snyder, H. (2023). Literature review as a research methodology: An overview and guidelines. *Journal of Business Research*, 154, 113866. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2023.113866>
15. Timoshenko, S. P., & Young, D. H. (2019). *Theory of structures* (Reprint ed.). Dover Publications.
16. Xiang, T., & Liu, H. (2022). Application of Castigliano's theorem in analysis of cable-stayed bridges. *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, 27(3), 04022008. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001832](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001832)
17. Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2020). *The finite element method for solid and structural mechanics* (7th ed.). Butterworth-Heinemann. <https://doi.org/10.1016/C2009-0-26332-X>