



Analisis Faktor terhadap Variabel Dikotomi dengan Metode *Maximum Likelihood* dan *Faktor Komponen Utama*

Ramadhani Dewi Purwanti¹, Kartika Eka Pertiwi², Ulfa Nurfitri Ardilla³

¹Universitas Islam Lampung

^{2,3}Universitas Lampung

¹ramadhanidp.rdp@gmail.com, ²kartikaekapertiwi@fkip.unila.ac.id, ³ulfanurfitriiaa@fkip.unila.ac.id

Abstrak

Penelitian ini menganalisis faktor dan membandingkan kedua metode pendugaan parameter yang umum digunakan yaitu metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama terhadap data dikotomi dengan korelasi *polychoric* dan melihat bagaimana performa kedua metode yang menghasilkan analisis faktor yang lebih baik berdasarkan nilai *standardized root mean square of residual* (SRMR) yang dihasilkan. Dengan adanya penelitian ini diharapkan dapat memberikan tambahan pengetahuan bagi pengguna statistik tentang analisis faktor pada data dikotomi menggunakan korelasi *polychoric* dan perbandingan metode *maximum likelihood* dan metode faktor komponen utama. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data bangkitan. Data bangkitan berupa variabel dikotomi X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 dan X_6 . Setiap variabel X_i diasumsikan merupakan indikator-indikator dari suatu variabel laten kontinu (yaitu faktor). Metode penelitian yang dilakukan adalah studi pustaka dan simulasi data dengan menggunakan computer. Hasil penelitian ini yaitu: 1). Berdasarkan nilai *communality* dapat disimpulkan semakin banyak faktor yang digunakan maka kedua metode memberikan hasil yang semakin baik. Namun nilai *communality* kedua metode semakin menurun seiring dengan meningkatnya ukuran sampel n . 2). Berdasarkan nilai SRMR dapat disimpulkan bahwa semakin banyak faktor yang digunakan, kedua metode juga memberikan hasil yang semakin baik. Dan nilai SRMR kedua metode semakin menurun dan semakin baik seiring dengan meningkatnya ukuran sampel n . 3). Untuk sampel berukuran lebih kecil (pada n bervariasi di setiap kasus model faktor) metode faktor komponen utama menghasilkan pendugaan model faktor yang lebih baik dibandingkan dengan metode *maximum likelihood*. Semakin besar ukuran sampel maka kedua metode memberikan hasil yang sama baiknya.

Kata Kunci: Variabel Kikotomi, Metode *Maximum Likelihood*, Faktor Komponen Utama

1. Latar Belakang

Dalam statistika terdapat bermacam-macam metode atau teknik yang dapat digunakan untuk menganalisis data penelitian. Salah satunya yaitu dengan pendekatan analisis faktor. Analisis faktor adalah kajian tentang saling ketergantungan antara variabel-variabel, dengan tujuan untuk menemukan himpunan variabel-variabel baru, yang lebih sedikit jumlahnya dari pada variabel semula itu yang merupakan faktor-faktor persekutuan.

Analisis faktor adalah pendekatan statistik yang dapat digunakan untuk menganalisis *interrelationship* sejumlah (besar) variabel dan untuk menjelaskan dimensi-dimensi (disebut faktor) apakah yang melandasi variabel-variabel tersebut (Simamora, 2005). Analisis faktor bertujuan mengelompokkan sejumlah variabel menjadi suatu faktor dinilai berdasar korelasi antar variabel. Jika suatu variabel berkorelasi dengan variabel lain maka dapat dikatakan variabel tersebut berbagi varians dengan variabel lain (Muca dkk., 2013).

Di dalam analisis faktor, setiap variabel dinyatakan sebagai suatu kombinasi linear dari faktor yang mendasari. Jumlah varian yang disumbangkan oleh suatu variabel dengan variabel lainnya yang tercakup dalam analisis disebut *communality*. Kovariansi antar variabel yang diuraikan, dinyatakan dalam suatu *common factors* yang sedikit jumlahnya ditambah dengan faktor yang unik untuk setiap variabel. Faktor-faktor ini tidak secara jelas terlihat (Nugroho, 2008).

Model analisis faktor dapat ditulis sebagai, dengan adalah suatu vektor acak dari variabel asal dengan $E(X) =$ merupakan matriks bobot faktor, F adalah vektor dari faktor-faktor bersama (*common factors*) dan adalah faktor spesifik atau galat. Tujuan penting dalam analisis faktor adalah menduga bobot-bobot faktor yang merupakan elemen dari matriks. Terdapat beberapa metode pendugaan parameter bobot faktor yang telah diperkenalkan dan dibahas dalam banyak literature, dalam penelitian ini akan dikaji pendugaan bobot faktor menggunakan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama (*principal component factoring*).

Pendugaan metode *maximum likelihood* adalah metode yang memaksimumkan fungsi kemungkinan. Misalkan menyatakan contoh acak yang diambil dari suatu fungsi kepadatan peluang (fkp) yang dinyatakan dengan, dimana adalah parameter dari fungsi kepadatan peluang tersebut, maka fungsi kemungkinan atau *likelihood function* adalah $\prod$ (Priyanto, 2008). Asumsi yang harus dipenuhi untuk pendugaan bobot faktor menggunakan metode *maximum likelihood* adalah data berdistribusi normal multivariat.

Metode faktor komponen utama merupakan metode penduga bobot faktor yang melibatkan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks kovarian dari data sebagaimana pada analisis komponen utama (Rahardi, 2006). Pendugaan bobot faktor menggunakan metode ini tidak memerlukan asumsi distribusi normal multivariat.

Sebagian besar metode analisis faktor didasarkan pada matriks korelasi sampel dan dengan demikian secara implisit mengasumsikan bahwa variabel yang diteliti diukur setidaknya pada skala interval. Praktik umum untuk kasus variabel dikotomi adalah menerapkan beberapa metode untuk analisis faktor pada korelasi *tetrachoric* atau *polychoric*.

Penelitian ini bukan merupakan studi pertama tentang analisis faktor untuk data dikotomi, berbagai penelitian terkait analisis faktor untuk data dikotomi telah dilakukan oleh banyak peneliti, diantaranya penelitian Kasim, dkk (2014) yang berjudul “Estimasi Parameter dalam Analisis Faktor: Kemungkinan Maksimum versus Komponen Utama” yang menunjukkan bahwa kedua prosedur estimasi menghasilkan solusi faktor yang identik. Penelitian Sunatapong dan Loungtrath (2015) yang berjudul “*Correlation Coefficient for Continuous and Discrete Data Part 4 of 4*” menunjukkan pentingnya penggunaan jenis koefisien korelasi yang benar. Koefisien korelasi mengukur tingkat hubungan antar variabel. Jika jenis korelasinya tidak benar maka inferensia yang dibuat darinya juga akan salah.

Mabel dan Olayemi (2020) menunjukkan teknik ekstraksi terbaik yang dapat dipertimbangkan ketika menggunakan tiga metode populer untuk memilih jumlah faktor/komponen, yaitu pada paper mereka yang berjudul “*Principal Component Analysis (PCA), Maximum Likelihood Estimate (LME) dan Principal Axis Analysis Faktor (PAFA)*”, dan membandingkan kinerjanya dalam hal keandalan akurasi. Rizwan (2020) dengan judul “Perbandingan Ukuran Korelasi untuk Data Nominal” menunjukkan jika variabel dikotomi secara artifisial, pengukuran korelasi *polychoric* dan pearson menunjukkan sifat kekuatan yang serupa. Korelasi *polychoric* memiliki keunggulan dalam hal bias dibandingkan statistik korelasi pearson.

Analisis faktor juga digunakan dalam berbagai bidang, diantaranya Finch (2020) yang menerapkan analisis faktor eksplorasi dalam ilmu sosial untuk mengkarakterisasi struktur laten yang mendasari serangkaian variabel indikator yang diamati, kemudian Rizewska dkk (2020) yang menunjukkan penerapan dalam analisis faktor untuk menerjemahkan, mengadaptasi, dan mengevaluasi sifat psikometri CFO (CFO-PL) versi Polandia, selanjutnya Van Kesteren dan Kievit (2020) yang menunjukkan penerapan analisis faktor eksplorasi untuk penelitian di bidang kedokteran terkait data syaraf otak untuk mengurangi pengukuran dari sejumlah besar di wilayah otak menjadi sejumlah faktor yang dapat ditangani.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian berkaitan dengan analisis faktor yang tujuannya adalah membandingkan kedua metode pendugaan parameter yang umum digunakan yaitu metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama terhadap data dikotomi dengan korelasi *polychoric* dan melihat bagaimana performa kedua metode yang menghasilkan analisis faktor yang lebih baik berdasarkan nilai *standardized root mean square of residual* (SRMR) yang dihasilkan.

2. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data bangkitan. Data bangkitan berupa variabel dikotomi X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 dan X_6 . Setiap variabel X_i diasumsikan merupakan indikator-indikator dari suatu variabel laten kontinu (yaitu faktor). Metode penelitian yang dilakukan adalah studi pustaka dan simulasi data dengan menggunakan computer. Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

- Membangkitkan data dikotomi berukuran $n = 20, 50, 100, 200, 300, 500$ dan 1000 .
- Menghitung koefisien korelasi *polychoric* untuk data dikotomi hasil bangkitan.
- Melakukan analisis faktor terhadap data bangkitan berdasarkan matriks korelasi *polychoric* menggunakan metode kemungkinan maksimum dan metode faktor komponen utama.
- Menghitung nilai SRMR yang dihasilkan metode kemungkinan maksimum dan metode faktor komponen utama.
- Mengulangi langkah 1-4 sebanyak 1000 kali untuk setiap ukuran sampel n .

- f. Membandingkan nilai rata-rata SRMR dari 1000 ulangan yang dihasilkan metode kemungkinan maksimum dan metode faktor komponen utama.
- g. Analisis hasil simulasi.

3. Hasil dan Diskusi

3.1. Analisis faktor terhadap data dikotomi

Pada sub-bab ini akan dibahas tentang contoh hasil analisis faktor terhadap data bangkitan yang terdiri dari enam variabel dikotomi X_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, yang dibangkitkan dengan menggunakan model faktor dan kategorisasi (*categorizing*) variabel asal kontinu. Contoh analisis faktor data dikotomi akan disajikan untuk ketiga kasus yaitu 1-faktor, 2-faktor dan 3- faktor pada sampel berukuran $n=100$

3.1.1. Hasil analisis faktor dengan model 1-faktor

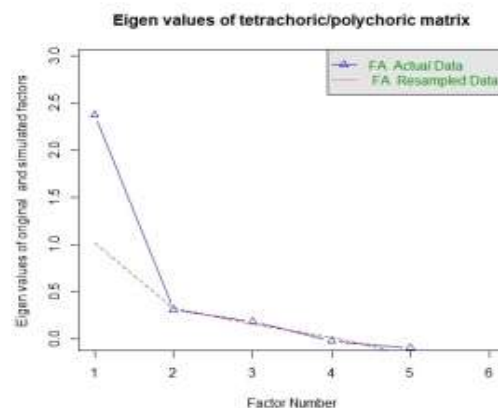
Matriks data X berdimensi 1006 hasil pembangkitan untuk kasus 1-faktor dengan $n=100$. Berdasarkan matriks data tersebut dihitung matriks korelasi *polychoric* dan diperoleh sebagai berikut:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,4258 & 0,4818 & 0,3090 & 0,5358 & 0,4818 \\ 0,4258 & 1 & 0,4258 & 0,5358 & 0,5358 & 0,1874 \\ 0,4818 & 0,4258 & 1 & 0,2487 & 0,4818 & 0,3090 \\ 0,3090 & 0,5358 & 0,2487 & 1 & 0,1252 & 0,3090 \\ 0,5358 & 0,5358 & 0,4818 & 0,1252 & 1 & 0,3681 \\ 0,4818 & 0,1874 & 0,3090 & 0,3090 & 0,3681 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks korelasi di atas memiliki nilai eigen (λ_i) sebagai berikut:

$$\begin{array}{lll} \lambda_1 = 2,9488 & \lambda_2 = 0,9734 & \lambda_3 = 0,8405 \\ \lambda_4 = 0,5578 & \lambda_5 = 0,4352 & \lambda_6 = 0,2443 \end{array}$$

Pada nilai-nilai eigen di atas hanya terdapat satu nilai eigen yang bernilai lebih besar dari 1, hal ini menunjukkan bahwa banyaknya faktor yang baik untuk digunakan hanya satu faktor menurut aturan Kaiser Guttman (Johnson dan Wichern, 2007). Dengan demikian maka dapat disimpulkan bahwa data dikotomi hasil konversi dari variabel kontinu tetap memiliki struktur korelasi yang sesuai dengan model faktor yang digunakan pada pembangkitan data yaitu mengikuti model satu faktor. Diagram plot *scree* untuk nilai eigen dari matriks korelasi data sampel dan data *resampling* (simulasi faktor) dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Plot *scree* nilai eigen dari data contoh untuk model 1-faktor

Vektor-vektor eigen (a_i) yang bersesuaian dengan nilai eigen di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{lll} a_1 = \begin{pmatrix} -0,4585626 \\ -0,4361676 \\ -0,4153363 \\ -0,3302183 \\ -0,4371801 \\ -0,3560946 \end{pmatrix} & a_2 = \begin{pmatrix} -0,2251232 \\ 0,3984349 \\ -0,1964511 \\ 0,7553080 \\ -0,3609615 \\ -0,2262583 \end{pmatrix} & a_3 = \begin{pmatrix} 0,1494224 \\ -0,4080685 \\ -0,2503636 \\ 0,2646713 \\ -0,3273155 \\ 0,7558338 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$a_4 = \begin{pmatrix} 0,05442890 \\ 0,27526734 \\ -0,83282703 \\ -0,09881659 \\ 0,45712196 \\ 0,09454793 \end{pmatrix} \quad a_5 = \begin{pmatrix} 0,843453102 \\ -0,112332544 \\ -0,180502172 \\ 0,009666757 \\ -0,274835288 \\ -0,409584360 \end{pmatrix} \quad a_6 = \begin{pmatrix} 0,048344301 \\ 0,629362291 \\ 0,006236538 \\ -0,490465789 \\ -0,535677112 \\ 0,272066870 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya dilakukan pendugaan bobot faktor (*factor loadings*) berdasarkan matriks korelasi *polychoric* dengan menggunakan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama. Nilai dugaan bobot faktor kedua metode diperoleh secara iterasi dengan menggunakan perhitungan seperti yang dijelaskan pada tabel berikut:

Tabel 1. Nilai dugaan bobot faktor untuk contoh data model satu faktor

Variabel	Dugaan Bobot Faktor	
	<i>Maximum Likelihood</i>	Faktor Komponen Utama
X1	0,738	0,743
X2	0,666	0,682
X3	0,644	0,636
X4	0,441	0,461
X5	0,716	0,694
X6	0,514	0,510

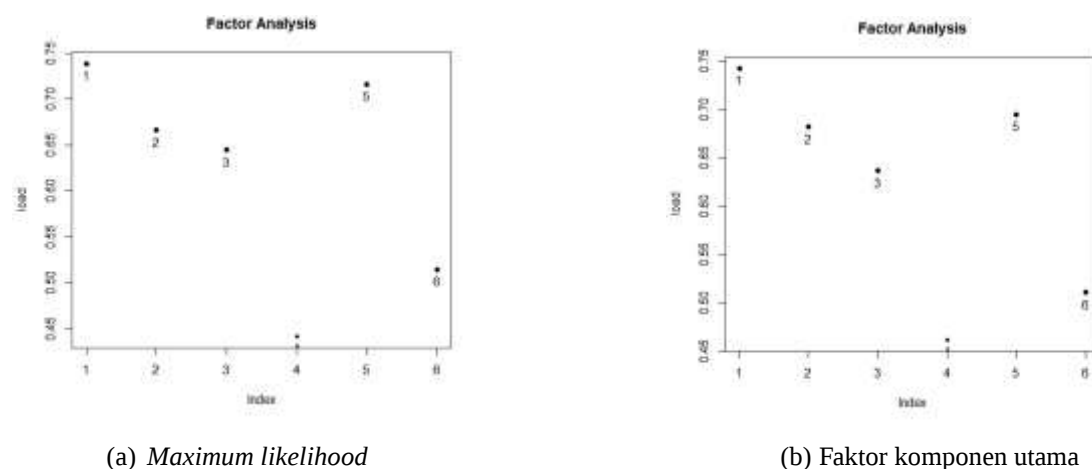
Nilai dugaan bobot faktor kedua metode pada tabel di atas terlihat memiliki pola yang sama dan nilainya berdekatan. Nilai SRMR hasil analisis faktor kedua metode diperoleh nilai yang sama yaitu sebesar 0,13.

Nilai *communality* dan varians spesifik hasil analisis faktor disajikan pada tabel berikut:

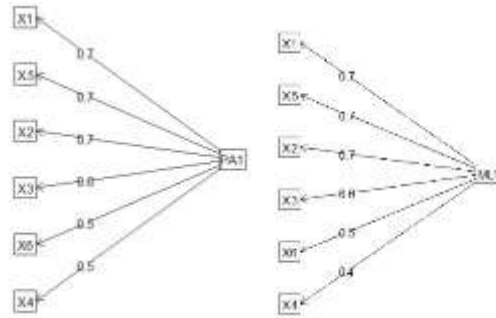
Tabel 2. Nilai *communality* dan varians spesifik kedua metode untuk model 1- faktor

Variabel	<i>Maximum Likelihood</i>		Faktor Komponen Utama	
	<i>communality</i>	variens spesifik	<i>communality</i>	variens spesifik
X1	0,5446	0,4554	0,5520	0,4480
X2	0,4436	0,5564	0,4651	0,5349
X3	0,4147	0,5853	0,4045	0,5955
X4	0,1945	0,8055	0,2125	0,7875
X5	0,5127	0,4873	0,4816	0,5184
X6	0,2642	0,7358	0,2601	0,7399

Plot nilai dugaan bobot faktor dan diagram model faktor yang dihasilkan kedua metode dapat dilihat pada gambar-gambar di bawah ini.



Gambar 2. Plot bobot faktor hasil dugaan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama



(b) *Maximum likelihood* (b) Faktor komponen utama

Gambar 3. Contoh diagram model 1-faktor hasil dugaan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen

3.1.2. Hasil analisis faktor dengan model 2-faktor

Berdasarkan data bangkitan untuk contoh kasus 2-faktor dengan $n = 100$ diperoleh matriks korelasi *polychoric* sebagai berikut

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,0628 & 0,1253 & 0,2487 & 0,4818 & 0,3681 \\ 0,0628 & 1 & 0,2487 & 0,0628 & 0,0628 & 0,5358 \\ 0,1253 & 0,2487 & 1 & -0,3681 & -0,0628 & 0,2487 \\ 0,2487 & 0,0628 & -0,3681 & 1 & 0,5358 & 0,0628 \\ 0,4818 & 0,0628 & -0,0628 & 0,5358 & 1 & 0,2487 \\ 0,3681 & 0,5358 & 0,2487 & 0,0628 & 0,2487 & 1 \end{bmatrix}$$

dengan nilai eigen (λ_i) dan vektor eigen (a_i) :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 2,1113 & \lambda_2 &= 1,6799 & \lambda_3 &= 0,9345 \\ \lambda_4 &= 0,5594 & \lambda_5 &= 0,3922 & \lambda_6 &= 0,3240 \end{aligned}$$

$$a_1 = \begin{pmatrix} -0,49551311 \\ -0,32704343 \\ -0,08087875 \\ -0,37959816 \\ -0,51859034 \\ -0,47742778 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} -0,0448642 \\ 0,4300592 \\ 0,5822312 \\ -0,4949482 \\ -0,3001010 \\ 0,3728387 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} -0,5364586 \\ 0,6014203 \\ -0,4419308 \\ 0,2984386 \\ -0,1827763 \\ 0,1809150 \end{pmatrix}$$

$$a_4 = \begin{pmatrix} 0,4150100 \\ 0,1584331 \\ -0,6020334 \\ -0,3234302 \\ -0,3736046 \\ 0,4427572 \end{pmatrix} \quad a_5 = \begin{pmatrix} 0,51644638 \\ 0,33323863 \\ 0,09013257 \\ 0,33432134 \\ -0,54263609 \\ 0,45594582 \end{pmatrix} \quad a_6 = \begin{pmatrix} -0,1603621 \\ -0,4585153 \\ 0,2976482 \\ 0,5527097 \\ -0,4166076 \\ 0,4431741 \end{pmatrix}$$

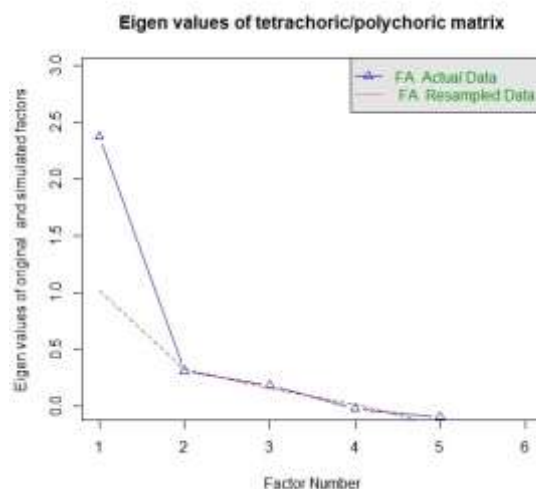
Diketahui bahwa dari keenam nilai eigen matriks korelasi *polychoric* di atas terdapat dua nilai eigen yang bernilai lebih besar dari 1, sesuai dengan model faktor yang digunakan pada pembangkitan data dikotomi maka struktur korelasi dari X sangat tepat difaktorisasi menjadi dua buah faktor. Diagram plot *scree* untuk nilai eigen dari matriks korelasi data sampel dan data *resampling* disajikan pada Gambar 4.

Bedasarkan matriks korelasi *polychoric* dari X diduga bobot faktor dengan menggunakan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama. Nilai dugaan bobot faktor kedua metode disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3. Nilai dugaan bobot faktor untuk contoh data model 2-faktor

Variabel	Dugaan Bobot Faktor			
	Maximum Likelihood		Faktor Komponen Utama	
	f_1	f_2	f_1	f_2
X1	0,520	0,260	0,474	0,287
X2	0,000	0,593	0,000	0,547
X3	-0,190	0,396	-0,233	0,475
X4	0,673	-0,147	0,742	-0,184

X5	0,813	0,000	0,768	0,100
X6	0,270	0,843	0,272	0,809



Gambar 4. Plot *scree* nilai eigen dari data contoh untuk model 2-faktor

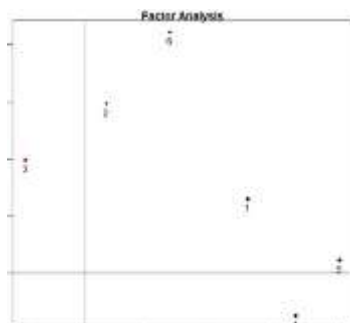
Pada Tabel 3 terlihat bahwa nilai dugaan bobot faktor kedua metode memiliki pola yang sedikit berbeda dan diperoleh nilai SRMR hasil analisis faktor untuk metode *maximum likelihood* sebesar 0,07 dan metode faktor komponen utama sebesar 0,06. Pada contoh data untuk kasus model 2-faktor ini menunjukkan bahwa metode faktor komponen utama memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan metode *maximum likelihood*.

Nilai *communality* dan varians spesifik hasil analisis faktor disajikan pada tabel berikut:

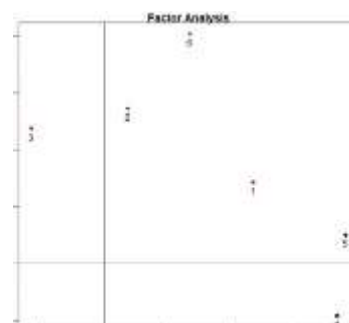
Tabel 4. Nilai *communality* dan varians spesifik kedua metode untuk model 2-faktor

Variabel	<i>Maximum Likelihood</i>		Faktor Komponen Utama	
	<i>communality</i>	variens spesifik	<i>communality</i>	variens spesifik
X1	0,3380	0,6620	0,3070	0,6930
X2	0,3516	0,6484	0,2992	0,7008
X3	0,1929	0,8071	0,2799	0,7201
X4	0,4745	0,5255	0,584	0,4156
X5	0,6610	0,3390	0,5998	0,4002
X6	0,7835	0,2165	0,7285	0,2715

Plot nilai dugaan bobot faktor dan diagram model faktor yang dihasilkan kedua metode dapat dilihat pada gambar-gambar berikut:



(a) *Maximum likelihood*



(b) Faktor komponen utama

Gambar 5. Plot bobot faktor hasil dugaan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama



Gambar 6. Contoh diagram model 2-faktor hasil dugaan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama

3.1.3. Hasil analisis faktor dengan model 3-faktor

Hasil data bangkitan untuk contoh kasus model 3-faktor dengan $n = 100$ dapat dilihat pada Lampiran 2. Berdasarkan data tersebut diperoleh matriks korelasi *polychoric* sebagai berikut:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0,5358 & 0,1874 & 0,0628 & 0,1874 & 0,1253 \\ 0,5358 & 1 & 0,1253 & 0,1253 & 0,0628 & 0,0628 \\ 0,1874 & 0,1253 & 1 & 0,5878 & 0,0628 & -0,1253 \\ 0,0628 & 0,1253 & 0,5878 & 1 & 0,2487 & 0,0628 \\ 0,1874 & -0,0628 & 0,0628 & 0,2487 & 1 & 0,3090 \\ 0,1253 & 0,0628 & -0,1253 & 0,0628 & 0,3090 & 1 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen (λ_i) dari matriks korelasi $\mathbf{R}$ di atas diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1,8783 & \lambda_2 &= 1,4132 & \lambda_3 &= 1,2664 \\ \lambda_4 &= 0,6521 & \lambda_5 &= 0,4928 & \lambda_6 &= 0,2972 \end{aligned}$$

Dimana terdapat 3 nilai eigen yang bernilai lebih besar dari 1. Maka berdasarkan kriteria Keiser Guttman, jumlah faktor optimal untuk contoh data bangkitan pada contoh kasus 3-faktor ini juga sesuai dengan struktur model faktor yang digunakan untuk membangkitkan data. Vektor-vektor eigen ($\mathbf{a}_j$) yang bersesuaian dengan nilai eigen di atas adalah sebagai berikut:

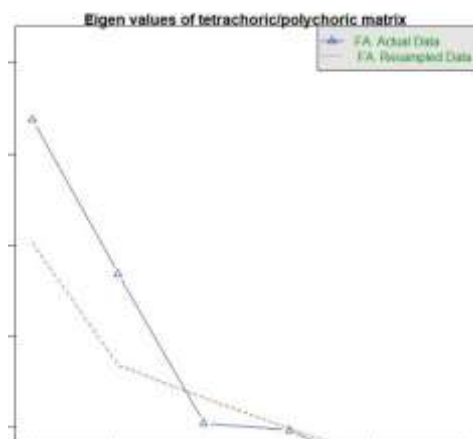
$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= \begin{pmatrix} -0,47275128 \\ -0,41921900 \\ -0,50722510 \\ -0,50649278 \\ -0,28147566 \\ -0,08786855 \end{pmatrix} & \mathbf{a}_2 &= \begin{pmatrix} 0,4165054 \\ 0,3241306 \\ -0,4476433 \\ -0,4248331 \\ 0,2200961 \\ 0,5405116 \end{pmatrix} & \mathbf{a}_3 &= \begin{pmatrix} 0,2813958 \\ 0,5015828 \\ -0,0127625 \\ -0,2274880 \\ -0,6491212 \\ -0,4426726 \end{pmatrix} \\ \mathbf{a}_4 &= \begin{pmatrix} -0,3328678 \\ 0,1521576 \\ 0,2254750 \\ 0,1479100 \\ -0,5569884 \\ 0,6950502 \end{pmatrix} & \mathbf{a}_5 &= \begin{pmatrix} 0,4508877 \\ -0,5332665 \\ 0,5263304 \\ -0,4399084 \\ -0,1597500 \\ 0,1275306 \end{pmatrix} & \mathbf{a}_6 &= \begin{pmatrix} 0,45797953 \\ -0,40010547 \\ -0,46293921 \\ 0,54390656 \\ -0,33943294 \\ 0,06934398 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Diagram plot *scree* nilai eigen disajikan pada Gambar 7 di bawah, dan dugaan bobot faktor dengan menggunakan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai dugaan bobot faktor untuk contoh data model 3-faktor

Variabel	Dugaan bobot factor					
	<i>Maximum likelihood</i>			Faktor komponen utama		
	f_1	f_2	f_3	f_1	f_2	f_3
X1	0,000	0,971	0,226	0,000	0,810	0,204
X2	0,125	0,561	0,000	0,000	0,664	0,000
X3	0,591	0,177	0,000	0,714	0,149	0,000
X4	0,996	0,000	0,000	0,827	0,000	0,000

X5	0,199	0,000	0,977	0,214	0,000	0,933
X6	0,000	0,000	0,335	-0,127	0,000	0,362



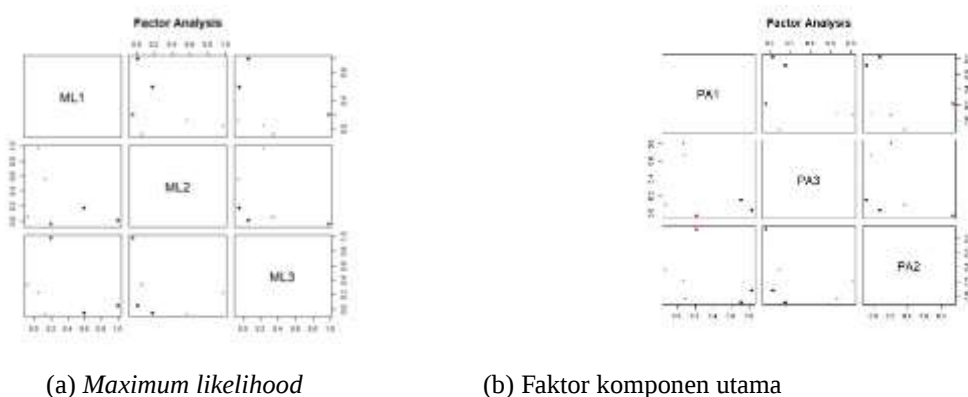
Gambar 7. Plot scree nilai eigen dari data contoh untuk model 3-faktor

Pada Tabel 5. terlihat bahwa nilai dugaan bobot faktor kedua metode memiliki pola yang sedikit berbeda dan diperoleh nilai SRMR hasil analisis faktor untuk metode maximum *likelihood* sebesar 0,06 dan metode faktor komponen utama sebesar 0,04. Maka dapat disimpulkan hasil analisis faktor pada contoh data untuk kasus model 3-faktor dengan metode faktor komponen utama lebih baik daripada metode *maximum likelihood*. Nilai *communality* dan varians spesifik yang dihasilkan kedua metode disajikan pada Tabel 6 di bawah ini

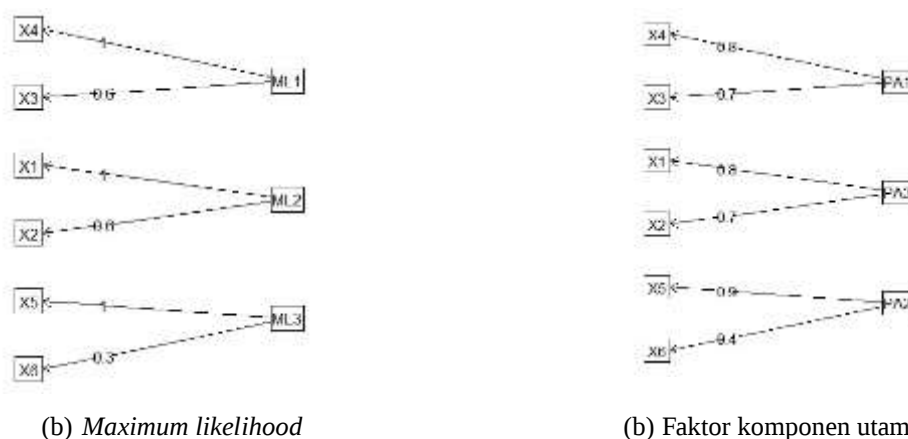
Tabel 6. Nilai *communality* dan varians spesifik kedua metode untuk model 3-faktor

Variabel	Maximum Likelihood		Faktor Komponen Utama	
	<i>communality</i>	variens spesifik	<i>communality</i>	variens spesifik
X1	0,9939	0,0061	0,6977	0,3023
X2	0,3303	0,6697	0,4409	0,5591
X3	0,381	0,619	0,5320	0,4680
X4	0,9920	0,0080	0,6839	0,3161
X5	0,9941	0,0059	0,9163	0,0837
X6	0,1122	0,8878	0,1471	0,8529

Plot dugaan bobot faktor dan diagram model faktor yang dihasilkan kedua metode dapat dilihat pada gambar-gambar berikut.



Gambar 8. Plot bobot faktor hasil dugaan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama



Gambar 9. Contoh diagram model 3-faktor hasil dugaan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen

3.2. Hasil Simulasi Data

Hasil simulasi analisis faktor pada data dikotomi menggunakan metode *maximum likelihood* (ML) dan faktor komponen utama FKU. Analisis faktor dilakukan berulang terhadap 1000 sampel bangkitan dengan menetapkan ukuran sampel sebesar $n = 20, 50, 100, 200, 300, 500, 1000$ untuk ketiga kasus model faktor.

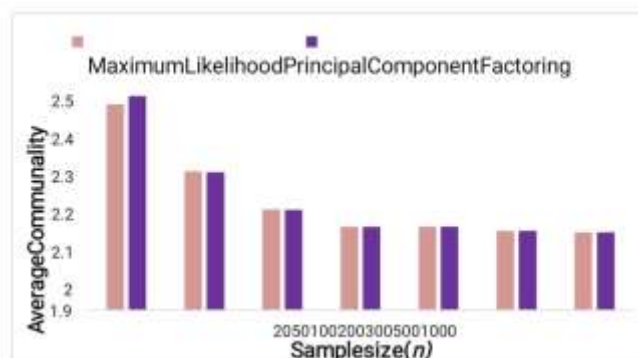
3.2.1 Hasil simulasi analisis faktor korelasi *polychoric* dengan model 1- factor

Berikut hasil nilai rata-rata *total communality* dan rata-rata SRMR dari 1000 sampel dengan menggunakan metode *maximum likelihood* dan faktor komponen utama.

Tabel 7 Nilai Rata-rata *total communality* dan SRMR dari 1000 kali pengulangan untuk model satu faktor pada $n=20,50,100,200,300,500$ dan 1000.

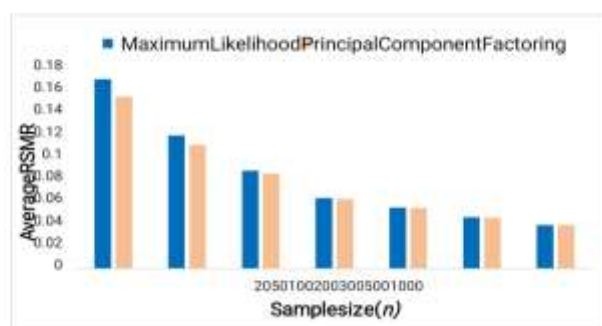
<i>n</i>	Rata-rata Total Communality		Rata-rata SRMR	
	<i>Maximum Likelihood</i>	<i>Faktor komponen utama</i>	<i>Maximum Likelihood</i>	<i>Faktor komponen utama</i>
20	2,433247	2,454744	0,165436	0,150141
50	2,259758	2,257581	0,116291	0,107962
100	2,161120	2,160306	0,085447	0,082856
200	2,115823	2,115612	0,061417	0,060728
300	2,117240	2,117122	0,053253	0,052869
500	2,105571	2,105326	0,044751	0,044571
1000	2,101979	2,101729	0,037796	0,037714

Tabel di atas disajikan dalam bentuk grafik di bawah ini:



Gambar 10. Nilai rata-rata *communality* metode ML dan FKU pada setiap ukuran sampel untuk model 1-faktor

Pada $n=20$ *communality* metode FKU lebih besar dari metode ML, hal ini menunjukkan bahwa dugaan bobot faktor (*factor loadings*) metode FKU mampu menjelaskan keragamann variabel asal (X_j) dengan lebih baik dibandingkan metode maximum likelihood. Namun untuk $n \geq 50$ metode ML memberikan *communality* yang sedikit lebih baik dibandingkan metode FKU.



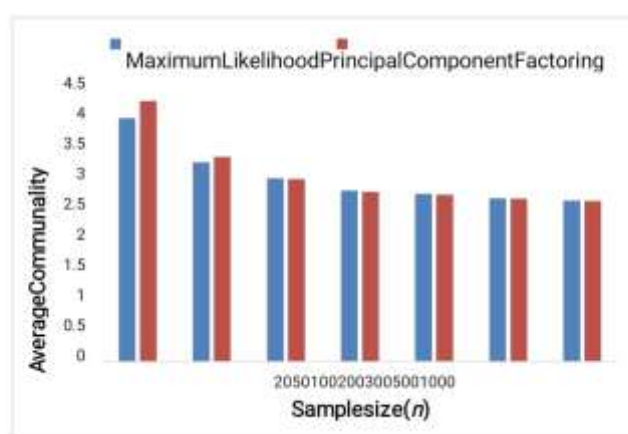
Gambar 11. Nilai rata-rata SRMR metode ML dan FKU pada setiap ukuran sampel untuk model 1-faktor

Metode FKU selalu memberikan nilai SRMR yang lebih kecil dari metode ML pada setiap ukuran sampel n . Namun semakin besar ukuran sampel menghasilkan nilai SRMR yang semakin mirip antara kedua metode, dan pada $n=1000$ selisih SRMR kedua metode < 0.001 . Hal ni menunjukkan bahwa semakin besar ukuran sampel n maka kedua metode memberikan hasil yang sama baiknya.

3.2.2. Hasil simulasi analisis faktor korelasi *polychoric* dengan model 2- faktor.

Tabel 8 Nilai Rata-rata *Total Communality* dan SRMR dari 1000 kali pengulangan model 2-faktor pada $n=20, 50, 100, 200, 300, 500$ dan 1000.

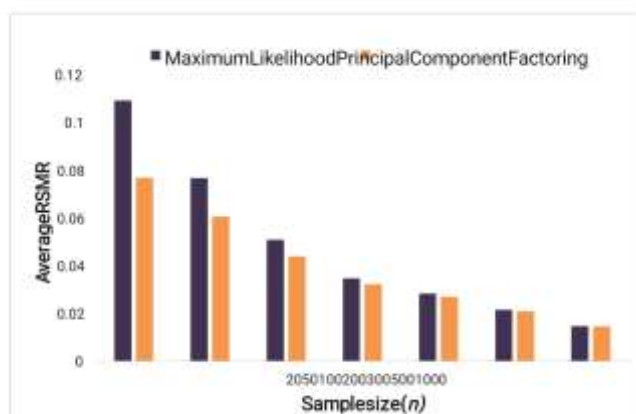
n	Rata-rata <i>Total Communality</i>		Rata-rata SRMR	
		Faktor komponen		Faktor komponen
20	3,921309	4,200950	0,107730	0,075858
50	3,208713	3,300350	0,075628	0,059819
100	2,951332	2,936753	0,050197	0,043355
200	2,752540	2,730756	0,034314	0,031806
300	2,700447	2,686140	0,027971	0,026673
500	2,629151	2,623851	0,021231	0,020770
1000	2,590835	2,588701	0,014477	0,014361



Gambar 12. Nilai rata-rata *communality* metode ML dan FKU pada setiap ukuran sampel untuk model 2-faktor

Pada $n=20$ dan $n=50$ nilai *communality* metode FKU lebih besar dari metode ML, hal ini menunjukkan bahwa dugaan bobot faktor (*factor loadings*) metode FKU mampu menjelaskan keragamann variabel asal (X_j) dengan

lebih baik dibandingkan metode maximum likelihood. Namun untuk $n \geq 100$ metode ML memberikan *communality* yang sedikit lebih baik dibandingkan metode FKU.



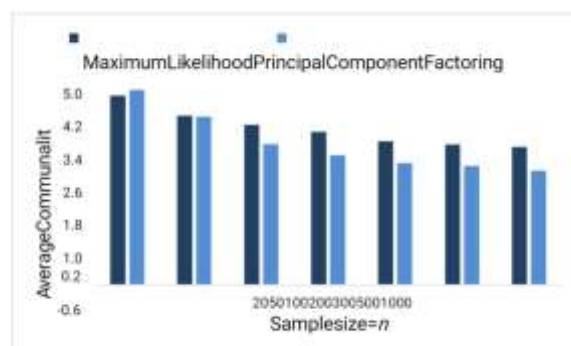
Gambar 13. Nilai rata-rata SRMR metode ML dan FKU pada setiap ukuran sampel untuk model 2-faktor

Metode FKU selalu memberikan nilai SRMR yang lebih kecil dari metode ML pada setiap ukuran sampel n . Namun semakin besar ukuran sampel menghasilkan nilai SRMR yang semakin mirip antara kedua metode, dan pada $n=1000$ selisih SRMR kedua metode < 0.001 . Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar ukuran sampel n maka kedua metode memberikan hasil yang sama baiknya.

3.2.3. Hasil simulasi analisis faktor korelasi *polychoric* dengan model 3- faktor

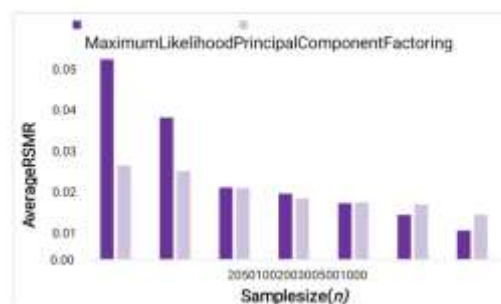
Tabel 9 Nilai Rata-rata *Total Communality* dan SRMR dari 1000 kali pengulangan untuk model 3-faktor pada $n=20, 50, 100, 200, 300, 500$ dan 1000

n	Rata-rata <i>Total Communality</i>		Rata-rata SRMR	
	Maximum	Faktor komponen utama	Maximum	Faktor komponen utama
20	4,413604	4,548356	0,048156	0,022602
50	3,942076	3,921809	0,034180	0,021291
100	3,731837	3,179576	0,017306	0,017203
200	3,572387	3,171015	0,015882	0,014650
300	3,350116	2,837671	0,013525	0,013754
500	3,274883	2,774650	0,010734	0,013247
1000	3,217704	2,661838	0,006955	0,010768



Gambar 14. Nilai rata-rata *communality* metode ML dan FKU pada setiap ukuran sampel untuk model 3-faktor

Pada nilai *communality* metode FKU lebih besar dari metode ML, hal ini menunjukkan bahwa dugaan bobot faktor (*factor loadings*) metode FKU mampu menjelaskan keragaman variabel asal (X_j) dengan lebih baik dibandingkan metode maximum likelihood. Namun untuk metode ML memberikan *communality* yang lebih baik dibandingkan metode FKU.



Gambar 15. Nilai rata-rata SRMR metode ML dan FKU pada setiap ukuran sampel untuk model 3-faktor

Metode FKU untuk memberikan nilai SRMR yang lebih kecil dari metode ML. Namun FKU untuk menghasilkan nilai SRMR yang semakin besar dari metode ML. Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar ukuran sampel n maka metode FKU akan memberikan nilai SRMR yang lebih besar dari metode.

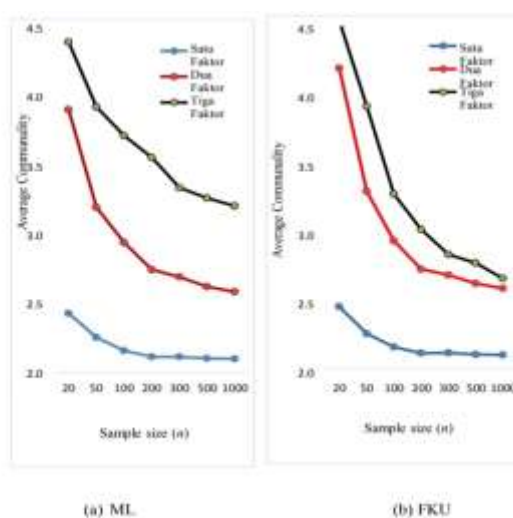
4. Pembahasan

Dilihat dari hasil simulasi data, nilai *communality* dan SRMR dari ketiga kasus memberikan hasil yang berbeda. Model satu faktor pada $n=20$ *communality* metode FKU lebih besar dari metode ML, namun untuk $n \geq 50$ metode ML memberikan *communality* yang sedikit lebih baik dibandingkan metode FKU. Metode FKU selalu memberikan nilai SRMR yang lebih kecil dari metode ML pada setiap ukuran sampel n . Namun semakin besar ukuran sampel menghasilkan nilai SRMR yang semakin mirip antara kedua metode, dan pada $n=1000$ selisih SRMR kedua metode < 0.001 . Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar ukuran sampel n maka kedua metode memberikan hasil yang sama baiknya.

Model 2-faktor pada $n=20$ dan $n=50$ nilai *communality* metode FKU lebih besar dari metode ML, namun untuk $n \geq 100$ metode ML memberikan *communality* yang sedikit lebih baik dibandingkan metode FKU. Metode FKU selalu memberikan nilai SRMR yang lebih kecil dari metode ML pada setiap ukuran sampel n . Namun semakin besar ukuran sampel menghasilkan nilai SRMR yang semakin mirip antara kedua metode, dan pada $n=1000$ selisih SRMR kedua metode < 0.001 . Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar ukuran sampel n maka kedua metode memberikan hasil yang sama baiknya.

Model 3-faktor pada nilai *communality* metode FKU lebih besar dari metode ML, namun untuk metode ML memberikan *communality* yang lebih baik dibandingkan metode FKU. Metode FKU untuk memberikan nilai SRMR yang lebih kecil dari metode ML. Namun FKU untuk menghasilkan nilai SRMR yang semakin besar dari metode ML. Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar ukuran sampel n maka metode FKU akan memberikan nilai SRMR yang lebih besar dari metode ML. Berikut ini grafik perbandingan nilai rata-rata *communality* dan SRMR metode FKU dan ML pada ketiga model faktor:

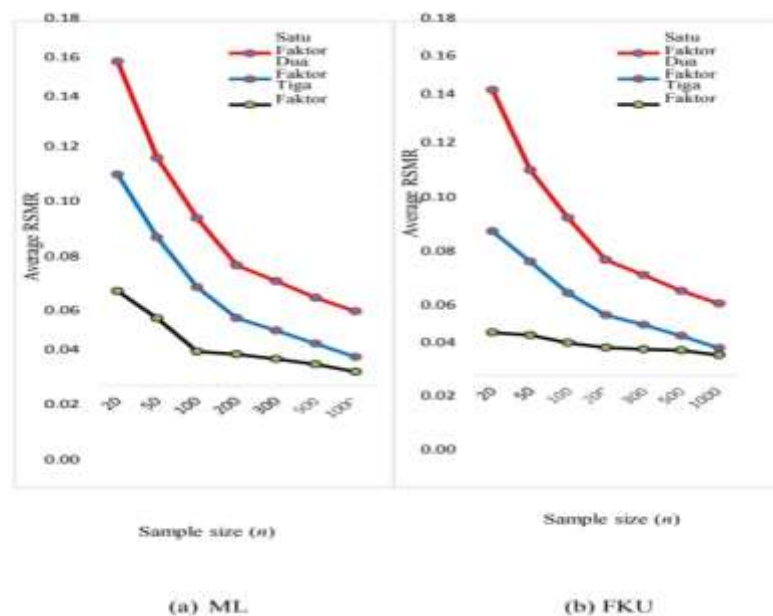
4.1 Perbandingan Nilai Rata-Rata Total Communality



Gambar 16. Perbandingan nilai rata-rata *communality* metode ML dan FKU untuk ketiga kasus

Berdasarkan Gambar 16. di atas, dapat lihat perbandingan *communality* metode FKU dan ML pada ketiga kasus, yaitu model 1-faktor, model 2-faktor, dan model 3-faktor bahwa semakin banyak faktor yang digunakan maka semakin besar nilai *communality*, yang menunjukkan bahwa pendugaan model semakin baik.

4.2. Perbandingan Nilai Rata-Rata SRMR



Gambar 17. Perbandingan nilai rata-rata SRMR metode ML dan FKU untuk tiga model

Berdasarkan Gambar 17 di atas, dapat dilihat perbandingan SRMR metode FKU dan ML pada ketiga model untuk setiap ukuran sampel bahwa model 3-faktor memberikan nilai SRMR terkecil untuk setiap ukuran sampel dibandingkan dengan model 1-faktor dan 2-faktor. Hal ini menunjukkan bahwa semakin banyak faktor yang digunakan maka kedua metode memberikan hasil yang semakin baik.

Berdasarkan nilai SRMR kedua metode juga terlihat bahwa metode faktor komponen utama memberikan hasil yang relatif lebih baik dibandingkan metode *maximum likelihood*, dan keduanya memberikan hasil SRMR yang sama semakin mirip (sama baiknya) pada ukuran sampel besar (n).

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yaitu hasil analisis faktor terhadap data bangkitan yang terdiri dari enam variabel dikotomi X_i , $i=1,2,3,4,5,6$, yang dibangkitkan dengan menggunakan model faktor dengan kategorisasi (*categorizing*) variabel asal normal dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut: a. Berdasarkan nilai *communality* dapat disimpulkan semakin banyak faktor yang digunakan maka kedua metode memberikan hasil yang semakin baik. Namun nilai *communality* kedua metode semakin menurun seiring dengan meningkatnya ukuran sampel n . b. Berdasarkan nilai SRMR dapat disimpulkan bahwa semakin banyak faktor yang digunakan, kedua metode juga memberikan hasil yang semakin baik. Dan nilai SRMR kedua metode semakin menurun dan semakin baik seiring dengan meningkatnya ukuran sampel n . c. Untuk sampel berukuran lebih kecil (pada n bervariasi di setiap kasus model faktor) metode faktor komponen utama menghasilkan pendugaan model faktor yang lebih baik dibandingkan dengan metode *maximum likelihood*. Semakin besar ukuran sampel maka kedua metode memberikan hasil yang sama baiknya.

Referensi

1. Finch, W.H. 2020. Using Fit Statistic Differences to Determine the Optimal Number of Factors to Retain in an Exploratory Factor Analysis. *Educational and Psychological Measurement*, vol 80 (2), hal 217–241.
2. Isnayanti dan Abdurrahman. 2019. Metode Diagonally Weighted Least Square (DWLS). *Media Statistik*, vol 12 (1), hal. 100-106.
3. Johnson, R. A. dan Wichern, D. W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 6th Edition. Pearson Prentice Hall : New Jersey.
4. Joreskog, K.G. dan Sobom, D. 1996. *PRELIS 2 User's Reference Guide: A program Multivariate Data Screening And Data Summarization a Preprocessor for LISREL*. Scientific Software International: Chicago.

5. Kassim, S., Hasan, H., Ismon, A. H., dan Asri, F. M. 2013. Parameter Estimation in Factor Analysis: Maximum Likelihood versus Principal Component. *Proceeding of the 20th National Symposium on Mathematical Sciences AIP Conf. Proc.*, 1522, hal. 1293-1299.
6. Lembang, K. F. dan Samangun, Y. 2015. *Analisis Faktor Terhadap Resiko Kejadian Diare Pada Anak Balita di Kota Ambon. Statistika*, vol. 15 (2), hal. 59-64.
7. Mabel, O.A. dan Olayemi, O.S. 2020. A Comparison of Principal Component Analysis, Maximum Likelihood and the Principal Axis in Factor Analysis. <http://journal.sapub.org/ajms>.
8. Muca, M., Puka, L., dan Bani, K. 2013. Principal Components And The Maximum Likelihood Methods As Tools To Analyze Large Data With A Psychological Testing Example. *European Scientific Journal*, vol. 9 (20), hal. 176-184.
9. Muthen, B. 1983. Latent Variabel Structural Equation Modeling With Categorical Data. *Journal of econometrics*, vol. 22, hal. 43-46
10. Nugroho, S. 2008. *Statistika Multivariat terapan*. UNIB Press: Bengkulu.
11. Olsson, U. 1979. Maximum Likelihood Estimation of The Polychoric Correlation
12. Coefficient. *Psychometrika*, vol. 44 (4), hal. 443-460.
13. Priyanto, A. 2008. *Pendugaan Parameter Model Faktor Dengan Menggunakan Metode Maksimum Likelihood*. Mathematics Departement State University: Jakarta.
14. Rahardi, D. 2006. *Principal Component Analysis (PCA) Sebagai Metode Jitu Untuk Mengatasi Masalah Multikolinearitas*. <http://dickyrahardi.blogspot.com/200612/principal-component-analysis-pca.html>.
15. Rizewska, A.Z., Basinski, K., dan Michalic, A. 2020. A Confirmatory Factor Analysis for An Adapted and Validated Polish Version of The Chalder Fatigue Questionnaire. *International Journal of Occupational Medicine and Environmental Health*, vol. 33 (1), hal 67-76.
16. Rizwan, M. 2020. Comparison of Correlation Measures for Nominal Data. *National University of Sciences & Technology*, hal. 1-26.
17. Shi, D., Olivers, A. M., dan Rosseel, Y. 2019. Assesing Fit in Ordinal Factor Analysis Models: SRMR vs. RMSEA. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, hal. 1-15.
18. Simamora, B. 2005. *Analisis Multivariat Pemasaran*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama: Jakarta.
19. Sutanapong, C. dan Loungath, P.I. 2015. Correlation Coefficient for Continuous and Discrete Data Part 4 of 4. *International journal of research & methodology in social Science*, vol. 1 (4), hal 25-50.
20. Van Kesteren, E.J. dan Kievit R.A. 2020. Eksploratory Factor Analysis with Structured Residuals for Brain Network. *Network Neuroscience, Advanced Publication*, hal. 1-27.
21. Wulder, M. 2002. Principal Components Analysis and Factor Analysis. *The Basics of Financial Econometrics*, hal. 235-264.
- Yang, Y., Lu, X., MA Jian., Qiao, H. 2014. A Robust Factor Analysis Model for Dichotomous Data. *Journal of Systems Science and Information*, vol. 2 (5), hal. 437-450.